

**Entwicklung, Aufbau und Inbetriebnahme
eines Versuchsstandes zur
experimentellen Spannungsanalyse**

An der

Hochschule Mittweida (FH),
Fakultät Maschinenbau / Feinwerktechnik
den Bachelorstudiengang Mechatronik
eingereichte

Bachelorarbeit

vorgelegt von Zhijie Wang
geboren am 11. April 1987 in Suzhou

Mentor : Prof. Dr.-Ing. Hans-Joachim Krämer
Zweitgutachter : Prof. Dr.-Ing. Martin Zimmermann

Mittweida, den 30. August 2009

Autorenreferat

Wang, Zhijie

Entwicklung, Aufbau und Inbetriebnahme eines Versuchsstandes zur experimentellen Spannungsanalyse

An der Hochschule Mittweida (FH) - Fakultät Maschinenbau / Feinwerktechnik eingereichte

Vorwort

In vielen technischen Bereichen ist es bei der Erarbeitung von Konstruktionskriterien, der Evaluation von Prototypen und der Optimierung von Bauteilen notwendig, die bei Belastung entstehenden Spannungen am Testobjekt zu analysieren. Hierdurch können beispielsweise Sollbruchstellen oder wenig belastete Areale am Objekt lokalisiert und das Konstruktionsdesign entsprechend modifiziert werden.

Die vorliegende Arbeit baut einem Versuchstand auf, zur Spannungsanalyse am stark gekrümmten Träger mit 3 Methoden: Spannungsoptisches Oberflächenschichtverfahren, Dehnungsmeßstreifen und Computervisualisierung mit Solidworks.

Aus den Analyseergebnissen kann man mit theoretischen Ergebnissen nach der Theorie von Grashof vergleichen

Anschließend möchte ich mich bei Prof. Dr.-Ing. Krämer und Herrn R. Süchting bedanken, die mich durch reiche Informationen wie Theorie, Projekt und Fertigung der Modelle unterstützt haben.

Inhaltverzeichnis

I.	Abbildungsverzeichnis	IV
II.	Tabellenverzeichnis.....	VI
III.	Formelverzeichnis	VII
1.	Problemdarstellung	- 1 -
1.1	Ziel der Bachelorarbeit	- 1 -
1.2	Ablauf der Projekt.....	- 1 -
2.	Konstruktion des Versuchsstandes	- 2 -
2.1	Stark gekrümmter Träger	- 2 -
2.1.1	Theorie der Biegung des gekrümmten Trägers	- 2 -
2.1.2	Auswahl des Werkstoffs	- 6 -
2.1.3	Bestimmung der Größe des Trägers	- 7 -
2.2	Konstruktion der Grundplatte und des Befestigung	- 10 -
2.3	Simulation der Baugruppe mit Solidworks	- 11 -
3.	Spannungsanalyse mit Spannungsoptik	- 12 -
3.1	Einführung	- 12 -
3.2	Physikalische Grundlagen des spannungsoptischen Oberflächenschichtverfahrens.....	- 12 -
3.2.1	Polarisation des Lichtes.	- 12 -
3.2.2	Doppelbrechung und Anisotropie.	- 13 -
3.2.3	Planpolariskopie:.....	- 14 -
3.2.4	Reflexions- und Zirkularpolariskopie:.....	- 16 -
3.3	Praktische Vorgehensweise bei der spannungsoptischen Messung.-	- 18 -
3.3.1	Kalibrierung der Methodik mit dem Biegebalkenexperiment: ..	- 20 -
3.3.2	Messung der Hauptspannungsrichtungen	- 21 -
3.2	Meßvorgang.....	- 24 -
3.2.1	Klebung der Beschichtung	- 24 -
3.2.2	Verbindung der Geräte	- 25 -
3.2.3	Einstellung des Meßprojekts mit Software ‚Catman‘	- 26 -
3.2.4	Durchführung des Meßprojekts	- 28 -
3.2.5	Isochromaten	- 28 -
3.2.6	Isoklinen.....	- 31 -
4.	Spannungsanalyse mit Dehnungsmeßstreifen	- 33 -

4.1	Meßtechnik mit Dehnungsmeßstreifen.....	- 33 -
4.1.1	Einführung.....	- 33 -
4.1.2	Metallische DMS und Wirkungsweise.....	- 33 -
4.1.3	Die Wheatstonesche Brückenschaltung	- 34 -
4.1.3.1	Beschreibung.....	- 34 -
4.1.3.2	Grundlage.....	- 34 -
4.1.3.3	Wirkungsweise	- 35 -
4.1.3.4	Halbbrücke	- 36 -
4.1.3.5	Vollbrücke	- 37 -
4.1.4	Temperaturkompensation	- 37 -
4.2	DMS, Aufbau, Probeversuch mit Biegestab	- 38 -
4.2.1	DMS, Auswahl und Bestellung.....	- 38 -
4.2.2	Position der DMS	- 39 -
4.2.3	Prozeß des DMS Aufbaus	- 40 -
4.2.4	Kalibrierung mit Biegestab	- 41 -
4.3	Meßvorgang.....	- 44 -
4.3.1	Verbindung der Geräte	- 44 -
4.3.2	Einstellung des Meßprojekts mit Software „Catman“	- 44 -
4.3.3	Durchführung des Meßprojekts	- 45 -
4.3.4	Datenauswertung.....	- 46 -
5.	Spannungsanalyse mit Solidworks.....	- 47 -
5.1	3D-Modell Bearbeitung	- 47 -
5.2	Einstellung der Solidworks SimulationXpress.....	- 47 -
5.3	Simulation und Auswertung.....	- 47 -
6.	Vergleich theoretischer und experimenteller Untersuchungen.....	- 49 -
6.1	Berechnung der Dehnungen	- 49 -
6.2	Ermittlung σ/F	- 51 -
7.	Zusammenfassung und Ausblick.....	- 52 -
7.1	Offen gebliebene, nicht bearbeitete Probleme	- 52 -
7.2	Vorschlag zur Verbesserung	- 52 -
V.	Literaturverzeichnis	IX
VI.	Anlagenverzeichnis	X
VII.	Eidesstattliche Erklärung	XI

I. Abbildungsverzeichnis

Abb. 1 Biegemoment des Trägers	- 2 -
Abb. 2 Trägerelement	- 2 -
Abb. 3 Querschnitt und Gekrümmter Träger	- 7 -
Abb. 4 3D-Modell des gekrümmter Trägers	- 9 -
Abb. 5 Größe des Arbeitstischs der Belastungseinrichtung	- 10 -
Abb. 6 3D-Modell der Grundplatte	- 10 -
Abb. 7 3D-Modell der Grundplatte	- 10 -
Abb. 8 Baugruppe mit Solidworks	- 11 -
Abb. 9 Polarisierung des Lichtes und Nachweis der Schwingungsebene des polarisierten Lichtstrahl durch Auslöschung im Analysator. ...	- 13 -
Abb. 10 Prinzip der Planpolariskopie am Beispiel des Lichtdurchgangs durch ein belastetes Objekt.	- 14 -
Abb. 11 Prinzip der Reflexionspolariskopie.	- 16 -
Abb. 12 Prinzip des Zirkularisationspolariskops.	- 17 -
Abb. 13 Biegebalken	- 20 -
Abb. 14 Isoklinen, in diametral belasteten Ringen, in Winkelschritten von 15° im Bereich von 0 bis 90°	- 22 -
Abb. 15 mechanisch belastetes Prüfobjekt mit spannungsoptischer Beschichtung	- 22 -
Abb. 16 (a) Isoklinen, übertragen von den Bildern in Abb.15 (b) Isostaten, konstruiert von den Isoklinen in Abb.16a	- 23 -
Abb. 17 PHOTOELASTIC SHEETS und Größe der Beschichtung	- 24 -
Abb. 18 Klebemittel	- 24 -
Abb. 19 Reinigung der Trägers und Träger mit Beschichtung	- 25 -
Abb. 20 Befestigung der Wägezelle	- 25 -
Abb. 21 Wägezelle C2 zu Kanal 0	- 25 -
Abb. 22 Baugruppe mit Beschichtung	- 26 -
Abb. 23 „Catman“ Starten	- 26 -
Abb. 24 Auswahl des Sensors	- 27 -
Abb. 25 Meßjob einrichten:Allgemein	- 27 -
Abb. 26 Meßjob einrichten: Kanalaktivierung	- 27 -
Abb. 27 Panel einrichten	- 28 -
Abb. 28 Polarisationsfilter auf M stellen	- 29 -
Abb. 29 Isochromaten bei 1kN und 2kN	- 29 -
Abb. 30 Isochromaten bei 3kN und 4kN	- 29 -
Abb. 31 Isochromaten bei 5kN und 6kN	- 30 -
Abb. 32 Isochromaten bei 7kN und 8kN	- 30 -
Abb. 33 Polarisationsfilter auf D stellen	- 31 -
Abb. 34 Isoklinen bei 0° und 15°	- 31 -
Abb. 35 Isoklinen bei 30° und 45°	- 32 -

Abb. 36 Isoklinen bei 60° und 75°	- 32 -
Abb. 37 zwei Formen der Halbbrücke	- 36 -
Abb. 38 Vollbrücke	- 37 -
Abb. 39 DMS K-XY31-6/130	- 39 -
Abb. 40 Position der DMS	- 39 -
Abb. 41 Grobreinigung der Lötunkte Abb. 42 auftragen Flußmittel	- 40 -
Abb. 43 löten Kabel zur Buchsen nach Halbbrücke und zusammenbau	- 40 -
Abb. 44 DMS 4 (inner)	- 40 -
Abb. 45 DMS mit Klebeband	- 40 -
Abb. 48 Biegestab	- 41 -
Abb. 46 DMS 0 (außer)	- 41 -
Abb. 47 DMS 1,2,3 (mittel)	- 41 -
Abb. 49 Schaltungsplan und Position der DMS	- 42 -
Abb. 50 Verhältnis zwischen Kraft und Dehnung	- 43 -
Abb. 51 Anschlußmöglichkeiten von "Spider 8"	- 44 -
Abb. 52 Einstellungen für DMS	- 44 -
Abb. 53 Einstellung für Panel	- 45 -
Abb. 54 Träger mit Belastungskopf	- 47 -
Abb. 55 Simulationsbild bei 8kN	- 48 -
Abb. 56 Abbildung der Dehnungen nach Isochromatenordnung	- 49 -
Abb. 57 Abbildung der Dehnungen nach Solidworks	- 50 -
Abb. 58 Ermittlung σ/F	- 51 -
Abb. 59 Abbildung σ/F	- 51 -
Abb. 60 Modell 632	- 52 -
Abb. 61 absolute Kompensation	- 52 -

II. Tabellenverzeichnis

Tab. 1 Querschnittswerte k_A	- 6 -
Tab. 2 Werkstoff für den allgemeinen Maschinenbau	- 6 -
Tab. 3 Varianten des gekrümmter Trägers	- 8 -
Tab. 4 Veranschaulichung der Beziehung zwischen den bei den spannungsoptischen Messreihen auftretenden Isochromatenlinien und ihrer entsprechenden Hauptdehnungsdifferenz im Dunkelfeldmodus (Schichtdicke: 2mm; dehnungsoptischer Wert der Schicht: 950 $\mu\text{m/m}$).	- 19 -
Tab. 5 Isochromatenordnung auf der Positionen der DMS	- 30 -
Tab. 6 Vergleich der Dehnungen des Biegestabs	- 42 -
Tab. 7 Kanäle Verbindungen	- 44 -
Tab. 8 Dehnungen der DMS	- 46 -
Tab. 9 Spannung der Trägers	- 48 -
Tab. 10 Dehnungen nach Isochromatenordnung	- 49 -
Tab. 11 Dehnungen nach Solidworks	- 50 -

III. Formelverzeichnis

$\varepsilon_s = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds}{rd\varphi}$ Gl. 1	- 2 -
$\varepsilon = \frac{\Delta ds + y \Delta d\varphi}{(r+y)d\varphi}$ Gl. 2.....	- 2 -
$\varepsilon = \varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right)$ Gl. 3.....	- 3 -
$\sigma = E \left[\varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \right]$ Gl. 4	- 3 -
$F_N = \int_A \sigma dA = 0$ Gl. 5.....	- 3 -
$M = M_i = \int_A \sigma dA$ Gl. 6	- 3 -
$E \varepsilon_s \int_A \sigma dA + \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) E \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0$ Gl. 7	- 3 -
$E \varepsilon_s \int_A y dA + E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y^2}{r+y} dA = M$ Gl. 8.....	- 3 -
$E \varepsilon_s A + E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0$ Gl. 9.....	- 4 -
$E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y^2}{r+y} dA = M$ Gl. 10	- 4 -
$E \varepsilon_s A + \frac{M}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} \cdot \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0$ Gl. 11	- 4 -
$E \varepsilon_s = - \frac{M}{EA} \cdot \frac{\int_A \frac{y}{r+y} dA}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA}$ Gl. 12.....	- 4 -
$\sigma = - \frac{M}{A} \cdot \frac{\int_A \frac{y}{r+y} dA}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} + \frac{y}{r+y} \cdot \frac{M}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA}$ Gl.13.....	- 4 -
$\int_A \frac{y^2}{r+y} dA = -r \int_A \frac{y}{r+y} dA$ Gl. 14.....	- 4 -
$\int_A \frac{y^2}{r+y} dA = rkA = \frac{Z}{r}$ Gl. 15.....	- 5 -
$\int_A \frac{y}{r+y} dA = -kA = -\frac{Z}{r^2}$ Gl. 16.....	- 5 -
$\sigma = \frac{M}{rA} + \frac{M}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y}$ Gl. 17	- 5 -
$\sigma = \frac{M}{rA} + \frac{Mr}{Z} \cdot \frac{y}{r+y}$ Gl. 18.....	- 5 -
$\frac{\sigma}{F} = \frac{1}{A} + \frac{L}{rA} + \frac{L}{r \cdot kA} \cdot \frac{y}{r+y}$ Gl. 19.....	- 8

-

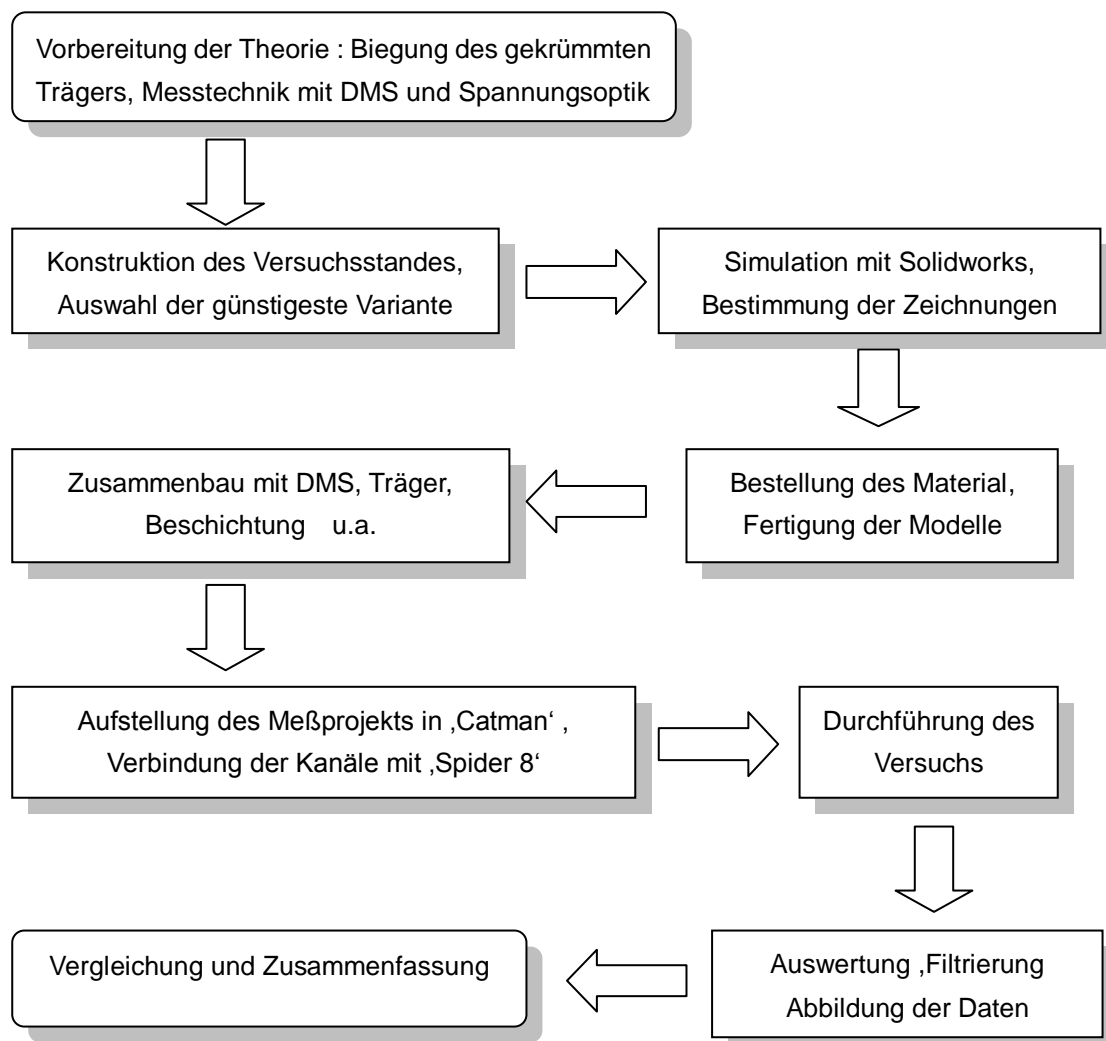
$c = f \cdot \lambda$ Gl. 20.....	- 12 -
$c / v = n$ Gl. 21.....	- 13 -
$\delta (n_x - n_y) = c (t / v_x - t / v_y) = t (n_x - n_y)$ Gl. 22.....	- 15 -
$(n_x - n_y) = K (\epsilon_x - \epsilon_y)$ Gl. 23.....	- 15 -
$\delta = t K (\epsilon_x - \epsilon_y)$ Gl. 24.....	- 15 -
$I = a^2 \sin^2 2(\beta - \alpha) \sin^2 \pi \delta / \lambda$ Gl. 25	- 15 -
$(\epsilon_x - \epsilon_y) = N \lambda / t K = N \cdot f$ Gl. 26.....	- 15 -
$\delta = 2 t K (\epsilon_x - \epsilon_y)$ Gl. 27	- 16 -
$I = a^2 \sin^2 \pi \delta / \lambda$ Gl. 28	- 17 -
$\delta = N \cdot \lambda$ Gl. 29.....	- 18 -
$(\epsilon_x - \epsilon_y) = \gamma_{\max} = \delta / 2 t K = N \lambda / 2 t K = N \cdot f$ Gl. 30.....	- 18 -
$\epsilon = 6 F l (1 + \nu) / E b h^2$ [mm/mm] Gl. 31	- 20 -

1. Problemdarstellung

1.1 Ziel der Bachelorarbeit

- Stark gekrümmter Träger Ermittlung oder Abmessungen, Auswahl des Werkstoffs
- Konzeption des Versuchsstandes, Aufbau, Belastungseinrichtung, Kraftmessung
- Applikation Spannungsoptische aktiver Materialien zur Messung mit dem Polariskop
- DMS-Applikation, Konzeption zur Messung mit dem Meßgerät „Spider 8“ und Datenauswertung mit Software „Catman“
- Inbetriebnahme des Versuchsstandes
- Versuchsanleitung, Probeversuche

1.2 Ablauf der Projekt



2. Konstruktion des Versuchsstandes

2.1 Stark gekrümmter Träger

2.1.1 Theorie der Biegung des gekrümmten Trägers

Die Biegespannungen stehen senkrecht auf der Querschnittsfläche. Sie sind tangential zum Krümmungskreis gerichtet.

Ein positives Biegemoment verlängert (zieht) die äußer Faser und verkürzt (drückt) die innere. (siehe Abb. 1)

Das Trägerelement ABCD besitzt die Schwerlinie SS mit dem Krümmungsradius r . (siehe Abb. 2)

Das Biegemoment M vergrößert die Krümmung (verkleinert den Krümmungsradius). Die äußer Faser verlängert sich auf A'B, die innere verkürzt sich auf C'D. Dabei vergrößert sich der Winkel $d\phi$ um $\Delta d\phi$.

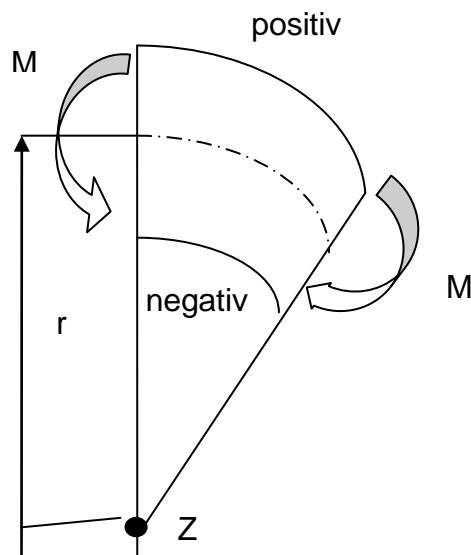


Abb. 1 Biegemoment des Trägers

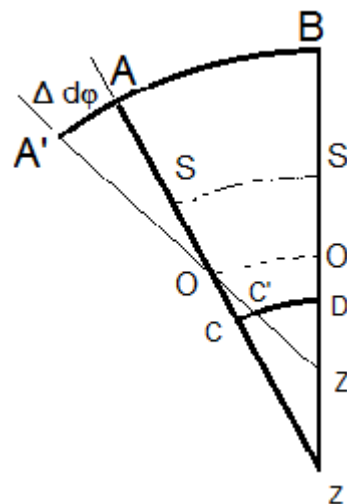


Abb. 2 Trägerelement

Eine beliebige Faser im Abstand y von der Schwerachse erfährt die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{Hookesches Gesetz}).$$

Für die Schwerachse gilt dementsprechend: $\varepsilon_s = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\Delta ds}{rd\phi}$ Gl. 1

Für die Faser im Abstand y kann geschrieben werden: $\varepsilon = \frac{\Delta ds + y\Delta d\phi}{(r+y)d\phi}$ Gl. 2

Aus Gl.(1) folgt

$$\Delta ds = \varepsilon_s r d\phi$$

In Gl.(2) eingesetzt:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_s r d\phi + y\Delta d\phi}{(r+y)d\phi}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{r}{r+y} + \frac{y}{r+y} \cdot \frac{\Delta d\phi}{d\phi}$$

Zur bequemerer Rechnung wird $\varepsilon_s \frac{y}{r+y}$ addiert und subtrahiert:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{r}{r+y} + \varepsilon_s \frac{y}{r+y} + \frac{y}{r+y} \cdot \frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \frac{y}{r+y}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \quad \text{Gl. 3}$$

Mit dem Hookeschen Gesetz $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Folgt aus Gl.(3) eine Gleichung für die Spannung einer beliebigen im Abstand y von der Schwerachse d.h die Spannungsgleichung für den gekrümmten Träger:

$$\sigma = E \left[\varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \right] \quad \text{Gl. 4}$$

In Gl.(4) sind ε_s und $\Delta d\varphi/d\varphi$ unbekannte, von y unabhängige Größen.

Diese Unbekannten können aus den Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden:

$$1. \quad \sum F = 0$$

Multipliziert man die Spannungen mit den zugehörigen Flächenelementen, so muß die Summe dieser Produkte bei der vorausgesetzten reinen Momentengleichung Null sein.

$$F_N = \int_A \sigma dA = 0 \quad \text{Gl. 5}$$

$$\sum M = 0$$

Das äußere Moment und das durch die Spannungen entstehende innere Moment müssen gleich sein:

$$M - M_i = 0$$

$$M = M_i = \int_A \sigma dA \quad \text{Gl. 6}$$

Setzt man Gl.(4) in Gl.(5) ein, so folgt:

$$\int_A \sigma dA = \int_A E \left[\varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \right] dA = 0$$

Das Integral der Summe wird als Summe der einzelnen Integrale geschrieben. Gleichzeitig werden die von dA bzw. y unabhängigen Größen vor das Integral gezogen:

$$E \varepsilon_s \int_A \sigma dA + \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) E \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0 \quad \text{Gl. 7}$$

(7)

Setzt man analog Gl.(4) in Gl.(6) ein, so ergibt sich in gleicher Weise:

$$\int_A \sigma y dA = \int_A y E \left[\varepsilon_s + \frac{y}{r+y} \cdot \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \right] dA = M$$

$$E \varepsilon_s \int_A y dA + E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y^2}{r+y} dA = M \quad \text{Gl. 8}$$

Mit den Gl.(7) und (8) stehen jetzt zwei Gleichungen zur Berechnung der beiden Unbekannten von Gl. (4) zur Verfügung.

Beachtet man, daß in Gl. (7) $\int_A dA = A$, die Fläche und in Gl. (8) $\int_A y dA = s$ das statische Moment des Querschnitts bezüglich seiner Schwerachse ist und daß dieses statische Moment Null wird, so folgen:

$$E \varepsilon_s A + E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0 \text{ Gl. 9}$$

bzw.

$$E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) \int_A \frac{y^2}{r+y} dA = M \text{ Gl. 10}$$

Stelle man Gl. (10) um

$$E \left(\frac{\Delta d\varphi}{d\varphi} - \varepsilon_s \right) = \frac{M}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA}$$

und setzt in Gl. (9) ein, so folgt

$$E \varepsilon_s A + \frac{M}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} \cdot \int_A \frac{y}{r+y} dA = 0 \text{ Gl. 11}$$

$$E \varepsilon_s = - \frac{M}{EA} \cdot \frac{\int_A \frac{y}{r+y} dA}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} \text{ Gl. 12}$$

Für die Spannungsgleichung (4) sind jetzt die beiden Unbekannten bestimmt. Sie folgen aus den Gl. (12) bzw. (10).

In Gl.(4) eingesetzt ergibt sich:

$$\sigma = - \frac{M}{A} \cdot \frac{\int_A \frac{y}{r+y} dA}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} + \frac{y}{r+y} \cdot \frac{M}{\int_A \frac{y^2}{r+y} dA} \text{ Gl. 13}$$

zwischen den Integralen der Gl. (13) besteht folgender Zusammenhang:

$$\text{wegen } \frac{y^2}{r+y} = \frac{y^2+yr-yr}{r+y} = \frac{y(y+r)-yr}{r+y} = y - \frac{yr}{r+y}$$

ist

$$\int_A \frac{y^2}{r+y} dA = \int \left(y - \frac{yr}{r+y} \right) dA = \int y dA - r \int_A \frac{y}{r+y} dA$$

Das statische Moment $\int_A \frac{y}{r+y} dA$ ist wieder Null.

Es verbleibt die wichtige Beziehung

$$\int_A \frac{y^2}{r+y} dA = -r \int_A \frac{y}{r+y} dA \text{ Gl. 14}$$

Beide Integrale lassen sich nur für geometrisch einfache Querschnitte geschlossen integrieren.

Eine numerische Integration ist für jeden beliebigen Querschnitt möglich.

Um deutlich zu machen, daß die Integrale Querschnittswerte sind und um die Schreibweise abzukürzen, setzt man:

$$\int_A \frac{y^2}{r+y} dA = rkA = \frac{Z}{r} \text{ Gl. 15}$$

$$\int_A \frac{y}{r+y} dA = -kA = -\frac{Z}{r^2} \text{ Gl. 16}$$

Setzt man die Gl. (15) und (16) in Gl. (13) ein, so vereinfacht sich die Spannungsgleichung zu

$$\sigma = -\frac{M}{A} \cdot \frac{-kA}{rkA} + \frac{M}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y}$$

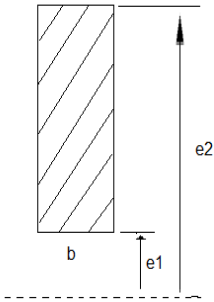
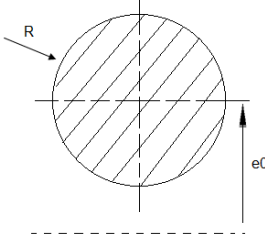
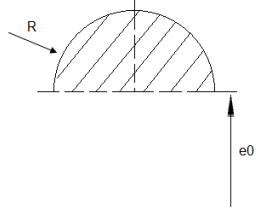
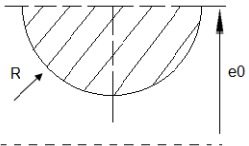
$$\sigma = \frac{M}{rA} + \frac{M}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y} \text{ Gl. 17}$$

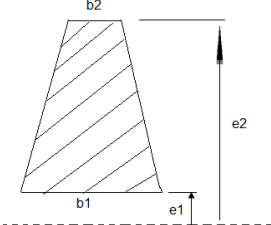
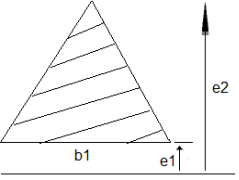
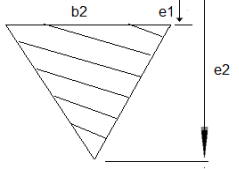
oder

$$\sigma = \frac{M}{rA} + \frac{Mr}{Z} \cdot \frac{y}{r+y} \text{ Gl. 18}$$

Gl.(17) ist zu bevorzugen.

Die Form nach Gl. (18) wird in der Literatur häufig angegeben, sie ist für praktische Berechnungen jedoch weniger zweckmäßig.

Querschnitt	Querschnittswerte kA
	$rb \ln \frac{e_2}{e_1} - A$
	$2\pi r(e_0 - \sqrt{e_0^2 - R^2} - A$
	$r \left[\pi e_0 + \sqrt{e_0^2 - R^2} \left(2 \arcsin \frac{R}{e_0} - \pi \right) - 2R \right] - A$
	$r \left[\pi e_0 + \sqrt{e_0^2 - R^2} \left(2 \arcsin \frac{R}{e_0} + \pi \right) + 2R \right] - A$

	$r \left[b_2 - b_1 + \left(e_1 \frac{b_1 - b_2}{e_2 - e_1} + b_1 \right) \ln \frac{e_2}{e_1} \right] - A$
	$r \left(\frac{b_1 e_2}{e_2 - e_1} \ln \frac{e_2}{e_1} - b_1 \right) - A$
	$r \left(b_2 - \frac{b_2 e_1}{e_2 - e_1} \ln \frac{e_2}{e_1} \right) - A$

Tab. 1 Querschnittswerte kA

2.1.2 Auswahl des Werkstoffs

Ziel: günstiger Werkstoff mit hoher Empfindlichkeit für Spannungsoptik und Beanspruchbarkeit im Versuchsstand.

Bei 9kN ist die max. Spannung unter Streckgrenze zur Vermeidung der unumkehrbare Deformation

Werkstoff	$R_{p0,2}$ min. in N/mm ²	E in kN/mm ²	relative Werkstoffkosten ¹⁾
Kupferlegierungen	60 - 680	93 - 152	8-18
Aluminiumlegierungen	20 - 380	68 - 75	2.1-3.5
Magnesiumlegierungen	90 - 215	43 - 45	3-3.5
Stahl	185 - 1100	210	1-9

Tab. 2 Werkstoff für den allgemeinen Maschinenbau

Artikelbezeichnung: Aluminiumplatte, AlCuMg1 (grün), EN AW-2017A, EN AW-AlCuMgSi(A), T451 EN 485-1,2,3 gereckt, spannungsarm, 45x165x205mm

Eigenschaft des Werkstoffs: $E=70 \text{ kN/mm}^2$, $R_m=310 \text{ N/mm}^2$, $\rho=0.0028 \text{ g/mm}^3$
 $\mu=0.33$

1) Sie sind auf das Volumen bezogen und geben an, um wieviel ein Werkstoff (Rundstahl mittlerer Abmessung bei Bezug von 1000kg ab Werk) teurer ist als ein gewalzter Rundstahl aus S235JR. Bei Bezug kleiner Mengen und kleiner Abmessungen muss mit höheren Kosten gerechnet werden (siehe auch VDI-Richtlinie 2225-2)

2.1.3 Bestimmung der Größe des Trägers

Bedingungen:

- a) max. Belastung muss unter 10kN liegen (vorhandener Kraftaufnehmer- C2 10kN)
- b) hohe Spannungsoptische Empfindlichkeit
- c) $(d_a - d_i)/4$ (siehe Abb.3) ist größer als 40mm für DMS Applikation
- d) b ist größer als 20mm für DMS Applikation
- e) d_a ist kleiner als 400mm (Abstand zwischen Arbeitstisch und Kraftaufnehmer)

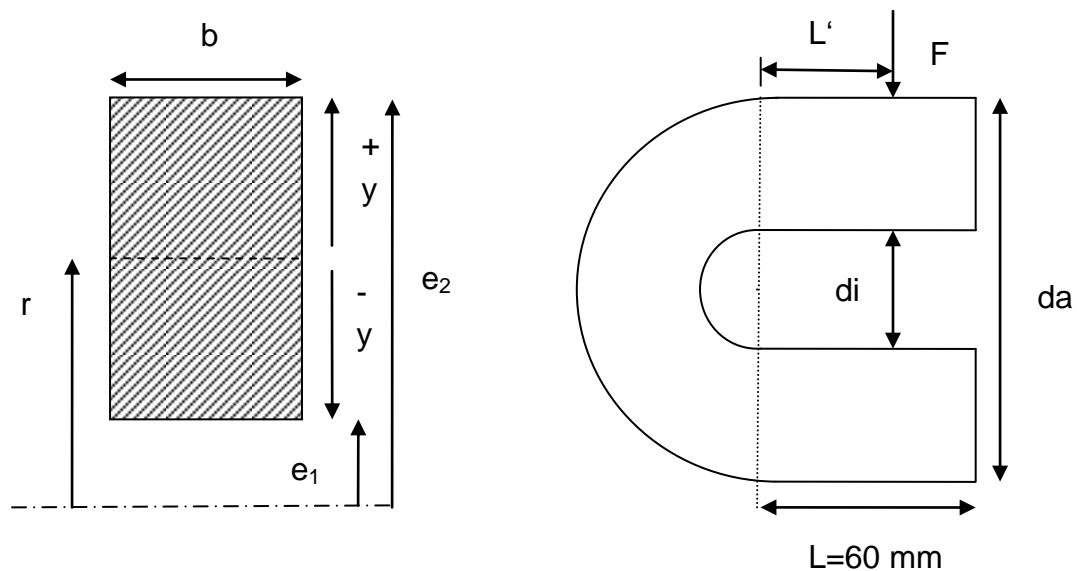


Abb. 3 Querschnitt und Gekrümmter Träger

b.....Breite des Trägers

y.....Abstand von Schwerachse

e_1inner Radius

e_2äußer Radius

r..... Krümmungsradius

d_i innere Höhe der Trägers

d_aäußre Höhe der Trägers

L' horizontaler Abstand vom Mittelpunkt der Krümmung

F.....Belastung

$$L = L' + r = L' + \frac{d_a + d_i}{4} \quad \text{Momentenhebelarm}$$

$$e_1 = \frac{d_i}{2}, \quad e_2 = \frac{d_a}{2}$$

$$y = \frac{(e_2 - e_1)}{2} = \frac{(d_i - d_a)}{4} \quad (\text{innen})$$

$$A = \frac{b(da-di)}{2} \quad \text{Fläche der Querschnitts}$$

$$r = \frac{da+di}{4}$$

Der Wert kA bestimmt sich für die Rechteckfläche (siehe Tab.1):

$$kA = r b \ln \frac{e^2}{e^1} - A = \frac{b^2}{8} (da^2 - di^2) \ln \frac{da}{di} - \frac{b(da-di)}{2}$$

mit Gl.2.17 $\sigma = \frac{M}{rA} + \frac{M}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y}$

bestimmt sich die Spannungen im stark gekrümmten Träger wie folgt:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{rA} + \frac{M}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y} = \frac{F}{A} + \frac{FL}{rA} + \frac{FL}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y}$$

Verhältnis zwischen Spannung und Kraft

$$\frac{\sigma}{F} = \frac{1}{A} + \frac{L}{rA} + \frac{L}{rkA} \cdot \frac{y}{r+y} \quad \text{Gl. 19}$$

bei $N=3$, $f=935 \text{ um/m}$, $\mu=0.33$, $E=70 \text{ kN/mm}^2$, der Hauptspannungen im

Träger ist demnach: $\sigma_{N=3} = N f \frac{E}{1+\mu} = 0.147632 \text{ kN/mm}^2$

benötige Belastung $F = \frac{\sigma}{F} / \sigma_{N=3}$ für Ordnung $N=3$

Nr.	d_a (mm)	d_i (mm)	b (mm)	L' (mm)	σ/F	benötige F (KN)
0	150	50	20	50	-0.017281	8.54
1	160	50	20	50	-0.015020	9.83
2	170	50	20	50	-0.013250	11.14
3	180	50	20	50	-0.011835	12.47
4	190	50	20	50	-0.010682	13.82
5	200	40	20	50	-0.009296	15.88
6	200	60	20	50	-0.010519	14.03
7	200	80	20	50	-0.013265	11.13
8	200	100	20	50	-0.018313	8.06
9	200	100	25	50	-0.014650	10.08
10	200	100	30	50	-0.012209	12.09
11	200	100	35	50	-0.010465	14.11
12	200	100	40	50	-0.009157	16.12
13	200	100	20	40	-0.016768	8.80
14	200	100	20	30	-0.015223	9.70
15	200	100	20	20	-0.013678	10.79
16	200	100	20	10	-0.012133	12.17
17	200	100	20	0	-0.010588	13.94

Tab. 3 Varianten des gekrümmten Trägers

Nr. 0 bis 4: d_i , b , L' sind konstant; d_a erhöht sich, F steigt auf

Nr. 5 bis 8: d_a , b , L' sind konstant; d_i erhöht sich, F steigt ab

Nr. 9 bis 12: d_a , d_i , L' sind konstant; b erhöht sich, F steigt auf

Nr.13 bis 17: d_a , d_i , b sind konstant; L' sinkt sich, F steigt auf

Nr. 8 ist am besten

Größen des Trägers: $d_a=200\text{mm}$, $d_i=100\text{mm}$, $b=20\text{mm}$, $L=60\text{mm}$

Siehe Zeichnung im Anlagen

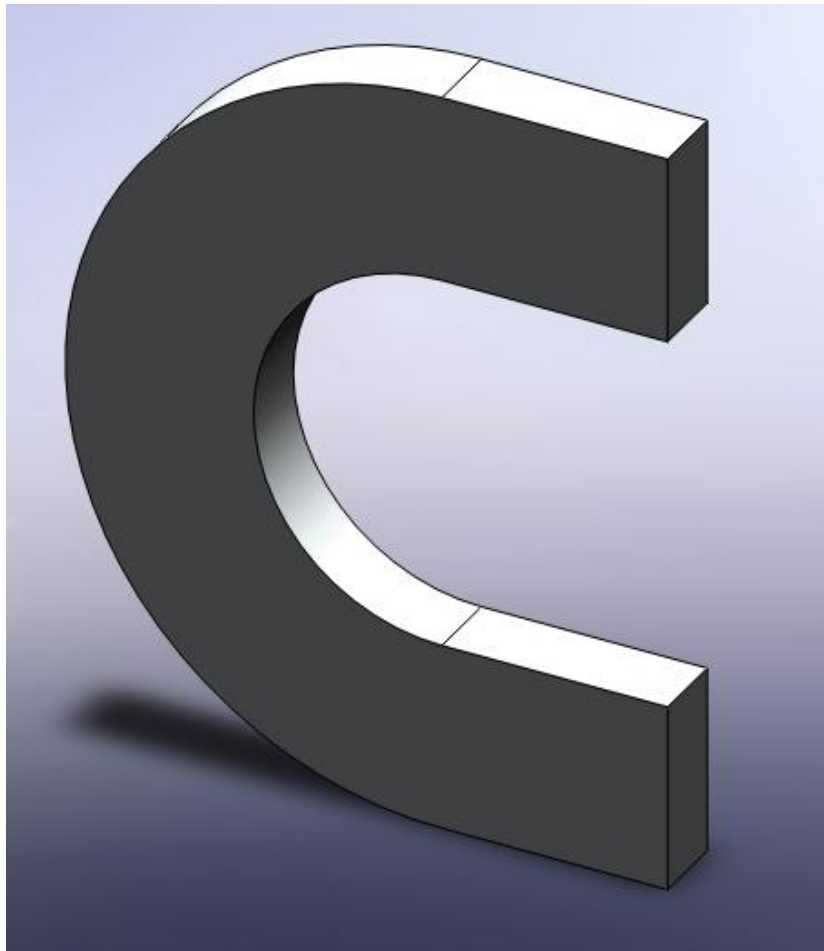


Abb. 4 3D-Modell des gekrümmter Trägers

2.2 Konstruktion der Grundplatte und des Befestigung

- Kraftsensor liegt mittig zur Belastungseinrichtung.
- Grundplatte ist um Träger zu befestigen.
- 4 Festigungsstücke setzen an der Ecken der Grundplatte um Grundplatte befestigen und Belastungsposition einzustellen.

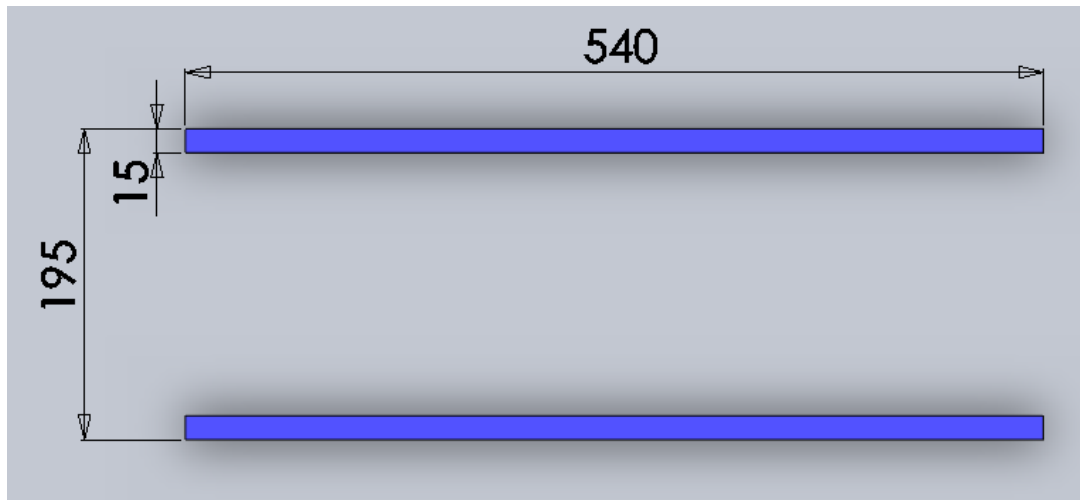


Abb. 5 Größe des Arbeitstischs der Belastungseinrichtung

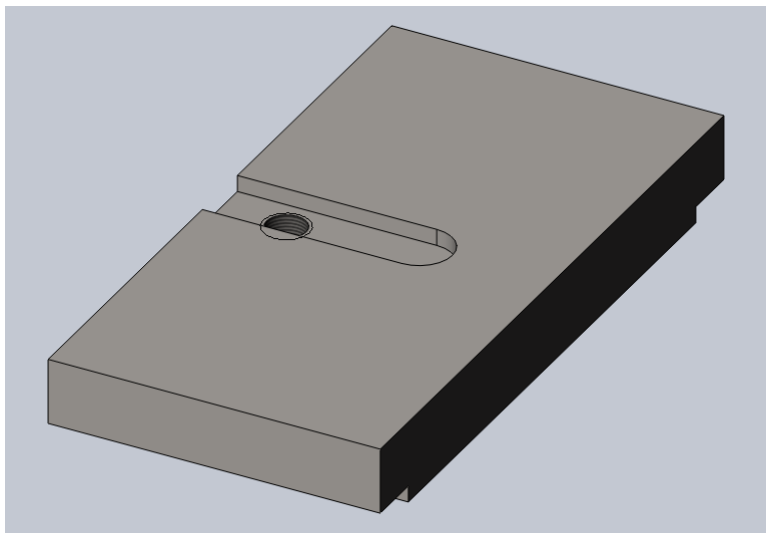


Abb. 7 3D-Modell der Grundplatte

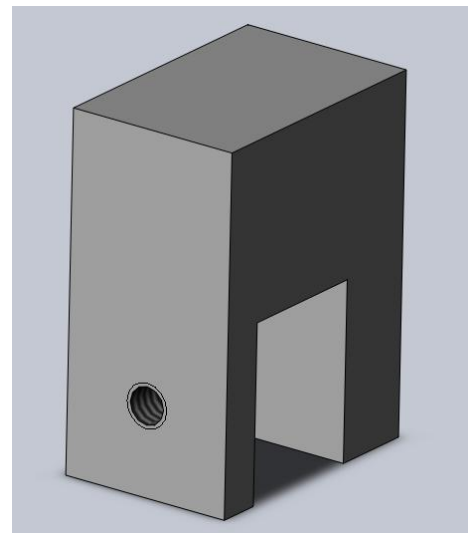


Abb. 6 3D-Modell der Grundplatte

Zeichnungen siehe Anlagen

2.3 Simulation der Baugruppe mit Solidworks

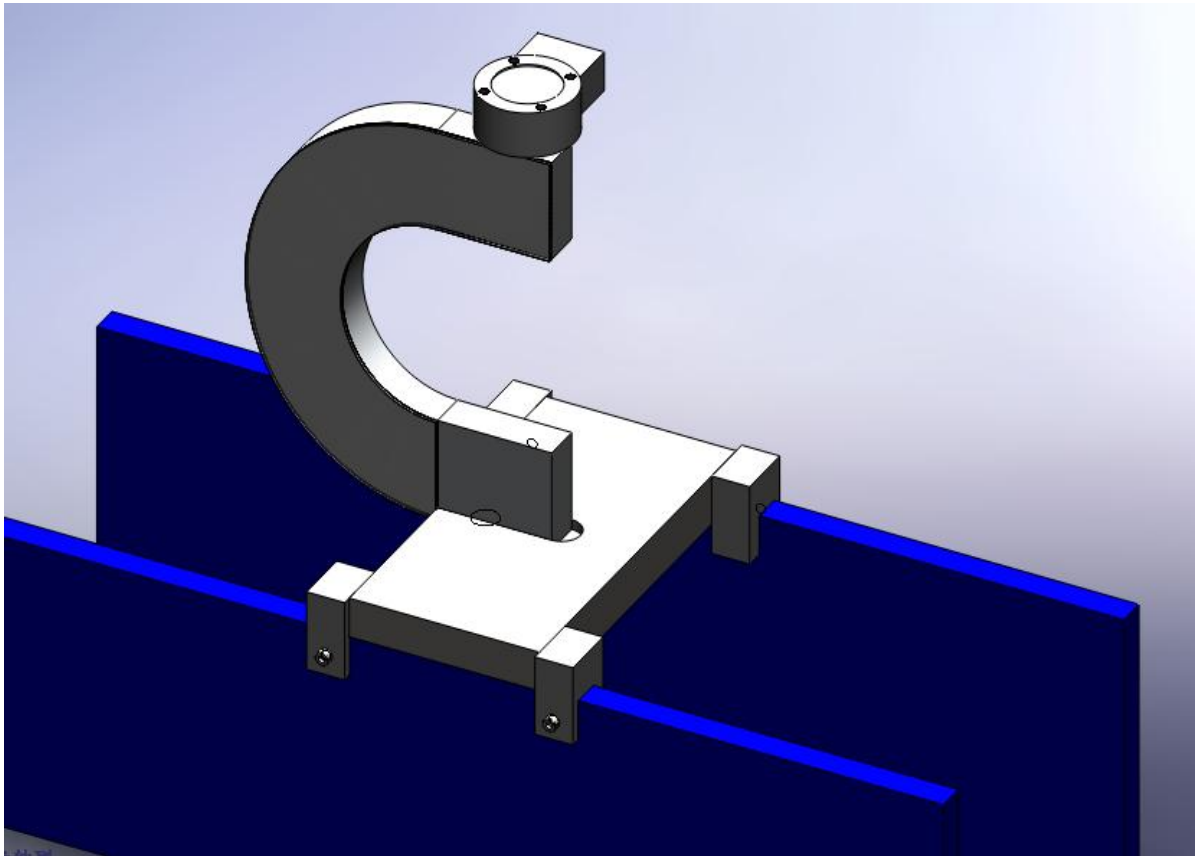


Abb. 8 Baugruppe mit Solidworks

3. Spannungsanalyse mit Spannungsoptik

3.1 Einführung

Innerhalb der experimentellen Festkörpermechanik gilt die Spannungsoptik heute als ein sicher und zuverlässig arbeitendes optisches Feldmeßverfahren, das vornehmlich zum Ermitteln der Spannungen in statisch belasteten, komplizierten Konstruktionsteilen, aber auch zum Lösen bruchmechanischer Aufgaben und zum Untersuchen bestimmter dynamischer Probleme eingesetzt wird. Sie beruht auf dem Ausnutzen des optischen Effektes der Doppelbrechung, den manche durchsichtigen Werkstoffe unter Belastung in unterschiedlichem Maße aufweisen, wie bestimmte Kunstharze, Zelluloid und Glas. Dabei entstehen im belasteten Teil zwischen den Auswirkungen der Doppelbrechung und den herrschenden Hauptspannungen gesetzmäßige Beziehungen, die eine Spannungsermittlung ermöglichen.

Als spannungsoptisches Oberflächenschichtverfahren erlaubt diese Methode ein ganzflächiges Sichtbarmachen der Dehnungsverteilung an der Oberfläche eines Originalobjektes als qualitative Information. Darüberhinaus ermöglicht die PhotoStress[®]-Methode eine quantitative Messung der Dehnungsgröße sowie der Dehnungsrichtung an jedem beliebigen Punkt des Testobjektes.

3.2 Physikalische Grundlagen des spannungsoptischen Oberflächenschichtverfahrens

3.2.1 Polarisation des Lichtes.

Licht kann physikalisch betrachtet als elektromagnetische Strahlung beschrieben werden, welche ein ganzes Spektrum verschiedener Schwingungen unterschiedlicher Frequenzen und Wellenlängen enthält (Wellentheorie nach Maxwell 1871, zitiert nach Gerthsen 1986). Das für das menschliche Auge wahrnehmbare Spektrum umfasst eine Wellenlänge zwischen 400 und 800 nm.

Die Lichtwelle ist charakterisiert durch ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit c , ihre Frequenz f und ihre Wellenlänge λ , welche in folgender Relation zueinander stehen:

$$c = f \cdot \lambda \quad \text{Gl. 20}$$

Elektromagnetische Wellen schwingen transversal zu ihrer Ausbreitungsrichtung. Somit stehen der magnetische und der elektrische Feldvektor immer senkrecht zum Ausbreitungsvektor der Lichtwelle.

Im natürlichem Licht, z.B. dem einer Glühlampe, schwingt der Feldvektor in allen Richtungen des Raumes senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung; dieses Licht ist unpolarisiert.

Durch Reflexion oder Brechung des unpolarisierten Lichtes können bestimmte Schwingungsbereiche unterdrückt werden.

Wird ein Polarisationsfilter in den Strahlengang einer Lichtquelle gebracht, so läßt dieser Filter nur denjenigen Wellenzug durch, dessen Schwingungsebene mit der Polarisationssebene des Filters übereinstimmt. Den Filter verläßt ein Lichtstrahl, der nur noch eine Schwingungsebene besitzt. Diese Licht kann nun als *linear-* oder *planpolarisiert* bezeichnet werden.

Eine Polarisationsvorrichtung besteht in einem einfachen Fall aus zwei Polarisationsfiltern. Das erste Filter P (Polarisator) polarisiert das Licht, läßt also nur die Schwingungen einer Ebene passieren, das zweite Filter A (Analysator) dient zum Nachweis dieser Schwingungsebene. Steht die Achse des Analysators senkrecht auf der des Polarisators so kommt es zur völligen Lichtauslöschung, d.h. es dringt kein Licht durch den Analysator (Föppl 1972).

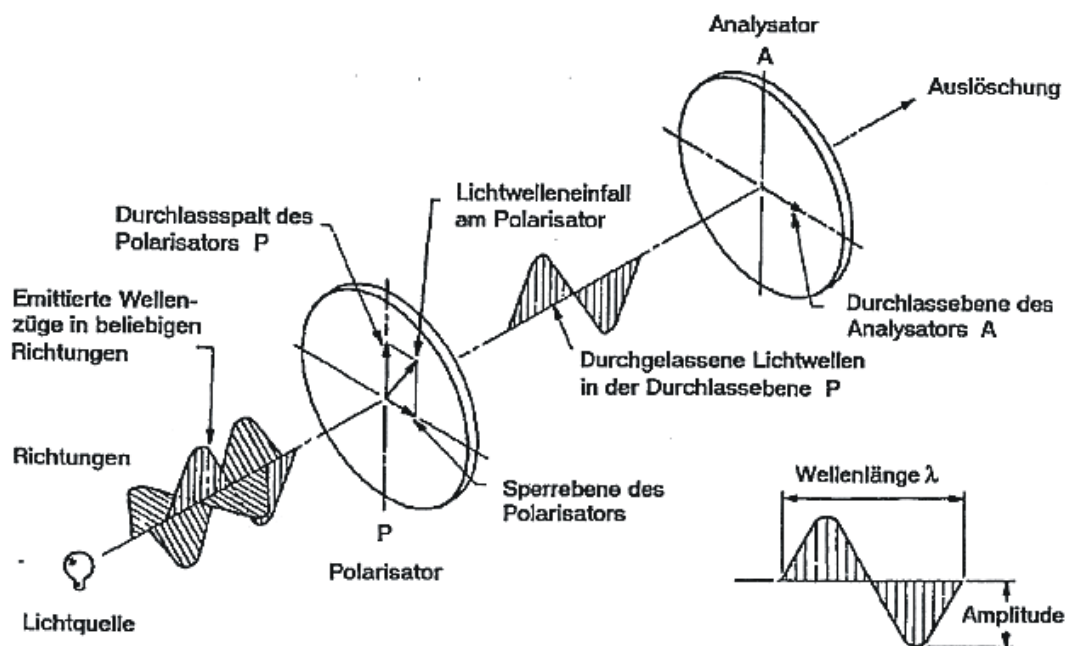


Abb. 9 Polarisation des Lichtes und Nachweis der Schwingungsebene des polarisierten Lichtstrahl durch Auslöschung im Analysator.

3.2.2 Doppelbrechung und Anisotropie.

Die Geschwindigkeit von Licht im Vakuum beträgt $c = 2,99 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, die Geschwindigkeit in Luft ist um 0,03% geringer. In anderen transparenten Körpern ist diese Geschwindigkeit v niedriger. Das Verhältnis $c/v = n$ Gl. 21

beschreibt den Zusammenhang zwischen c und v und wird als Brechungsindex bezeichnet. In einem homogenen Körper wie z. B. einer homogenen Flüssigkeit oder einem amorphen Festkörper (Glas), ist der Brechungsindex unabhängig von der Fortpflanzungsrichtung und der Schwingungsebene konstant.

Bestimmte Kristalle weisen diese Eigenschaft jedoch nicht auf; sie zeigen das für die Spannungsoptik so entscheidende Phänomen der Doppelbrechung. In diesen doppelbrechenden Medien wird das einfallende Licht in zwei zueinander senkrecht stehende polarisierte Strahlen aufgespalten. Diese breiten sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aus. Es kommt zur Phasenverschiebung mit Änderung der Polarisationsrichtung, welche beim Durchtritt des Lichtstrahls durch einen Analysator quantifiziert werden kann. Der Brechungsindex kann nun als eine Funktion der Stellung der Schwingungsebene eines Lichtstrahles zur Fortpflanzungsachse beschrieben werden. Solche Kristalle werden als optisch anisotrop bezeichnet.

Optisch isotrope, also für die Ausbreitung von Wellen richtungsunabhängige Medien können unter bestimmten Einflüssen anisotrop werden. Derartige Effekte können durch den Einfluß von elektrischen oder magnetischen Feldern oder durch mechanische Deformierung erzeugt werden. So verhalten sich gewisse Werkstoffe, insbesondere Plastikmaterialien, im spannungsfreien Zustand optisch isotrop, werden jedoch unter Applikation mechanischer Spannung zu Medien mit anisotropen Eigenschaften.

Diese Veränderung des Brechungsindex (Anisotropie) ist eine Funktion der applizierten Spannung und stellt das grundlegende Prinzip des spannungsoptischen Meßverfahrens dar.

3.2.3 Planpolariskopie:

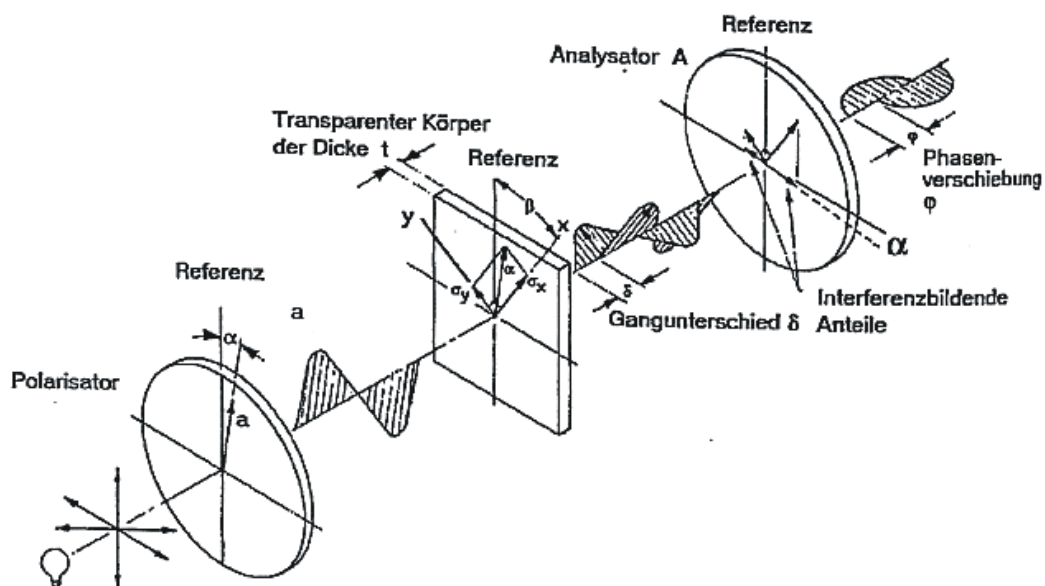


Abb. 10 Prinzip der Planpolariskopie am Beispiel des Lichtdurchgangs durch ein belastetes Objekt.

Passiert ein Strahl polarisierten Lichtes a einen transparenten nach den o.g. Vorgaben anisotropen Körper der Dicke t , in dem X und Y die

Hauptdehnungsrichtungen in einem bestimmten Punkt sind, so teilt sich der Lichtvektor in zwei Vektoren auf, deren Schwingungsebenen mit den Richtungen von X und Y kongruent sind.

Die Dehnungsgrößen in X- und Y Richtung sind ϵ_x und ϵ_y , die Lichtgeschwindigkeit der entsprechenden Strahlen v_x und v_y . Die Zeit, welche die Strahlen zum Zurücklegen der Dicke t benötigen ist t/v .

Da ein Strahl dem anderen nacheilt, ergibt sich der Gangunterschied δ :

$$\delta (n_x - n_y) = c (t / v_x - t / v_y) = t (n_x - n_y) \quad \text{Gl. 22}$$

Die Materialeigenschaften können durch den Dehnungsoptische Koeffizient K beschrieben werden. Nach dem Gesetz nach Brewster ist die relative Änderung des Brechungsindex proportional zur Differenz der Hauptdehnungen. Unter Einbeziehung von K ergibt sich folgende Beziehung:

$$(n_x - n_y) = K (\epsilon_x - \epsilon_y) \quad \text{Gl. 23}$$

Fasst man die Gleichungen (Gl.22) und (Gl.23) zusammen, ergibt sich die Hauptgleichung der Spannungsoptik:

$$\delta = t K (\epsilon_x - \epsilon_y) \quad \text{Gl. 24}$$

(für den Durchstrahlungsfall, Planpolariskop)

Beim Durchstrahlen des anisotropen Objektes führt die Passage der beiden aufgespaltenen Lichtstrahlen durch den Analysator A zu einer Interferenz, da nur diejenigen Wellenzüge, die mit der Polarisationssebene des Analysators A übereinstimmen, durchgelassen werden. Diese Interferenz führt zu einer Änderung der austretenden Lichtintensität, die eine Funktion des Gangunterschiedes δ und des Winkels zwischen der Polarisationssebene A und den Hauptdehnungsrichtungen ($\beta - \alpha$) ist (vgl. Abb 10; Planpolariskop). Die Lichtintensität I kann also wie folgt beschrieben werden:

$$I = a^2 \sin^2 2(\beta - \alpha) \sin^2 \pi \delta / \lambda \quad \text{Gl. 25 (Planpolariskop)}$$

Herrscht im getesteten Objekt eine Hauptdehnungsdifferenz von $(\epsilon_x - \epsilon_y) = 0$, so ist $\delta = 0$ (vgl. Formel 24). Die beiden Strahlenkomponenten heben sich auf und ergeben eine minimale Intensität I . Ein Maximum für I hingegen wird erreicht, wenn $\delta = \pi/2$ ist. Bei ganzzahligem δ herrscht also Dunkelheit, dazwischen ist eine Aufhellung zu erkennen. Punkte, die der Beziehung $\delta = N \cdot \pi$ folgen sind durch dunkle Linien miteinander verbunden und werden „Isochromaten“ genannt. Alle Punkte auf diesen bei spannungsoptischen Messungen sichtbaren Linien sind durch gleiche Hauptdehnungsdifferenz gekennzeichnet. N wird als Ordnung bezeichnet. Somit läßt sich die Hauptdehnungsdifferenz aus der Ordnungszahl und der verwendeten monochromatischen Lichtquelle errechnen:

$$(\epsilon_x - \epsilon_y) = N \lambda / t K = N \cdot f \quad \text{Gl. 26 (Planpolariskop)}$$

Faßt man alle Konstanten zu einer Konstante f zusammen, so ist es zur Bestimmung des Hauptdehnungsdifferenz an einem bestimmten Punkt nur erforderlich, die Isochromatenordnung N an diesem Punkt zu bestimmen (Measurements Group 1989).

3.2.4 Reflexions- und Zirkularpolariskopie:

Mit der oben beschriebenen Planpolariskopie sind nur lichtdurchgängige Testobjekte zu testen. Für eine Testung von lichtundurchlässigen Objekten ist eine Weiterentwicklung dieser Methode erforderlich: *die Reflexionspolariskopie*.

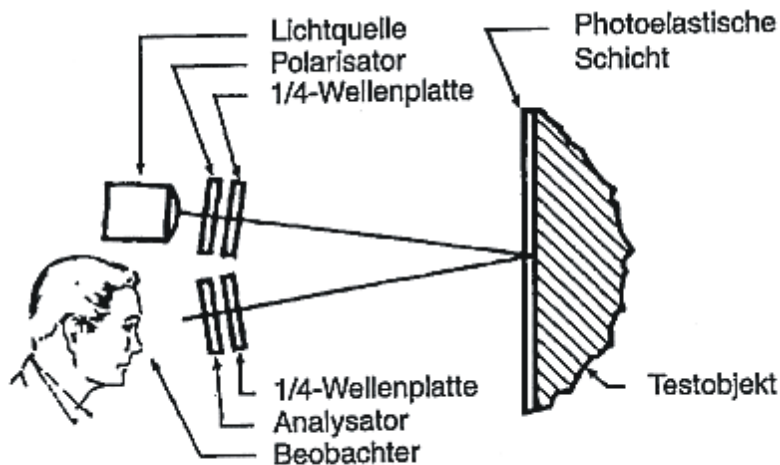


Abb. 11 Prinzip der Reflexionspolariskopie.

Durch Aufkleben einer photoelastischen Kunststoffschicht auf das Originalobjekt mittels eines reflektierenden Aluminiumklebers werden die einfallenden, an der optisch aktiven Kunststoffschicht gebrochenen Lichtwellen in die Gegenrichtung reflektiert. Unter diesen Bedingungen müssen sich Polarisator und Analysator auf der gleichen Seite des Testobjektes befinden. Die oben beschriebene Versuchsanordnung der Planpolariskopie muß also zusammengeklappt werden. Das einfallende Licht durchläuft die Kunststoffschicht zweimal. Demnach ergibt sich in Analogie zur Formel Gl.24 für das Reflexionspolariskop folgende Beziehung:

$$\delta = 2 t K (\epsilon_x - \epsilon_y) \quad \text{Gl. 27 (für den Reflexionsfall, Reflexionspolariskopie)}$$

Bei der Reflexionspolariskopie kommt ein Zirkularpolariskop zum Einsatz, es wird also mit zirkularpolarisiertem Licht gearbeitet.

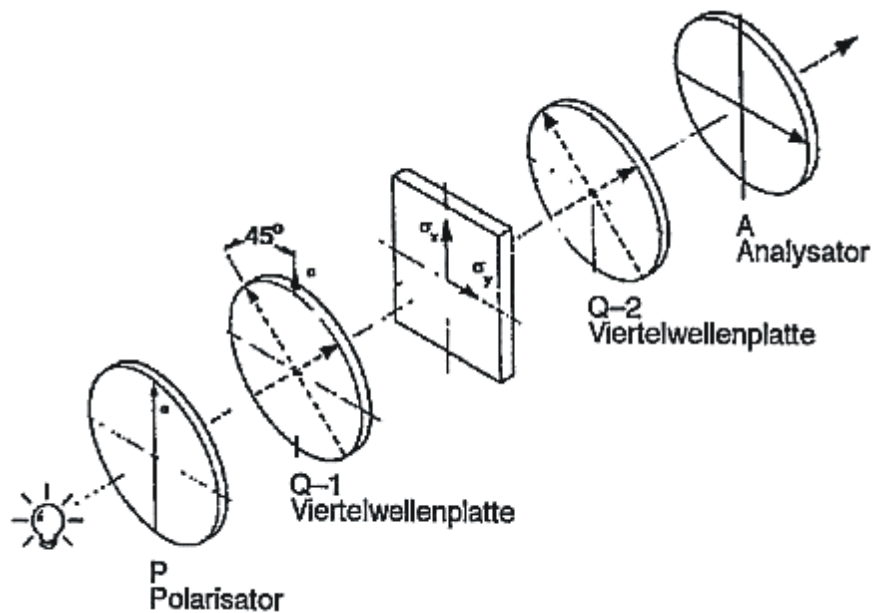


Abb. 12 Prinzip des Zirkularisationspolariskops.

Der Verschiebungsvektor von zirkular-polarisiertem Licht beschreibt einen Kreis. Dies wird durch zwei $\lambda/4$ -Wellenplatten erzielt, die unter 45° zur Polarisationsrichtung in den Lichtweg eingeführt werden. Der eintreffende Strahl wird durch eine definierte Dicke der $\lambda/4$ -Wellenplatten in zwei Komponenten mit einer Phasenverschiebung von $\lambda/4$ zerlegt. Nach der ersten $\lambda/4$ -Wellenplatte handelt es sich also um zirkular-polarisiertes Licht ohne ausgezeichnete Schwingungsrichtung. Dies hat den Vorteil, daß störende Isoklinen vermieden werden können. Isoklinen sind experimentell sichtbare dunkle Linien, die dann auftreten, wenn eine der beiden Hauptdehnungsrichtungen mit der Polarisationsrichtung von Analysator oder Polarisator zusammenfällt. Nach Durchlaufen der zweiten $\lambda/4$ -Wellenplatte wird das zirkular-polarisierte Licht wieder in planpolarisiertes Licht umgewandelt, so daß die Isochromaten letztlich unverändert bleiben. Da die Lichtintensität I nach Durchlaufen aller Filter jetzt unabhängig von den Hauptdehnungsrichtungen ist, gilt in Analogie zu Formel (Gl.26) folgende Beziehung (Crawford 1984, Euler 1996):

$$I = a^2 \sin^2 \pi \delta / \lambda \quad \text{Gl. 28 (Zirkularpolariskop)}$$

Der letzte wesentliche Unterschied zur Planpolariskopie besteht in der Verwendung von weißem anstelle von monochromatischem Licht. Weißes Licht enthält eine Reihe von Lichtschwingungen unterschiedlicher Wellenlängen. Bei weißem Licht kommt es zu der oben für monochromatisches Licht erläuterten Auslöschung von Wellen für jede Schwingung entsprechend ihrer Frequenz. Es wird die Überlagerung dieser Erscheinungen beobachtet. Somit wird nur derjenige Lichtanteil völlig ausgelöscht, für dessen Wellenlänge der Gangunterschied δ gerade

ganzzahlig ist, d. h. die Lichtintensität des jeweiligen Spektrums wird immer dann null, wenn $\delta = 0$, $\delta = 1\lambda$, $\delta = 2\lambda$, $\delta = 3\lambda$... oder allgemein formuliert, wenn

$$\delta = N \cdot \lambda \quad \text{Gl. 29}$$

wobei die Ordnung N die Größe von δ beschreibt (vgl. Gl.28). Die Isochromaten erscheinen daher bei weißem Licht nicht dunkel, sondern in der Komplementärfarbe der ausgelöschten Wellenlänge. Isochromaten sind nun Linien gleicher Farbe. Wegen der mit kurzwelligem Licht beginnenden Auslöschung folgt eine spektrale Abfolge der Wellenlängen. Erst durch die Verwendung von weißem Licht wird also die Unterscheidung der Isochromaten in der Praxis ermöglicht (Measurements Group 1989, Euler 1996).

3.3 Praktische Vorgehensweise bei der spannungsoptischen Messung

Vom Hersteller wird eine weiße Lichtquelle mit einer Wellenlänge $\lambda = 576 \cdot 10^{-6}$ mm gewählt. Wie Formel Gl.29 zeigt, wird der Gangunterschied δ oder das spannungsoptische Signal mit der Ordnungszahl N beschreiben, wobei $N = 1, 2, 3$...

Beispiel:

Der gemessene Gangunterschied $\delta = 2 N = 2$ Ordnungen $= 2 \lambda = 2 \cdot 576 \cdot 10^{-6}$ mm. Wenn $\delta = N \cdot \lambda$ (Gl.29) bekannt ist, errechnet sich die Hauptdehnungsdifferenz

laut Hauptgleichung der Spannungsoptik für die Reflexionspolariskopie (Umstellung von Gl.27) wie folgt:

$$(\epsilon_x - \epsilon_y) = \gamma_{\max} = \delta / 2 t K = N \lambda / 2 t K = N \cdot f \quad \text{Gl. 30}$$

Im Beispiel (Dunkelfeldmodus) sind:

$N = 1$ (= erstes Auftreten der Farbe purpur, vgl. Tabelle Isochromaten)

$\lambda = 576 \cdot 10^{-6}$ mm

$t = 2$ mm (gewählte Dicke der optisch aktiven Schicht)

$K = 0,1$ (Dehnungsoptischer Koeffizient; Materialeigenschaft für verwendetes Harz PL-1)

γ_{\max} = maximale Scherspannung

f = Zusammenfassung aller Konstanten = Dehnungsoptischer Wert der photoelastischen Schicht, f errechnet sich zu $1440 \mu\text{m}/\text{m}$

somit ergibt sich:

$$(\epsilon_x - \epsilon_y) = \delta / 2 t K = N \lambda / 2 t K = N \cdot f = 0,00144 \text{ m/m} = 1440 \mu\text{m}/\text{m} = 1440 \mu\epsilon$$

$[\mu\epsilon] = \text{microstrain.}$

Es herrscht also überall dort, wo die Farbe purpur zum ersten mal erscheint ($N = 1$), eine Hauptdehnungsdifferenz (= maximale Scherspannung) von $1440 \mu\epsilon$.

Das verwendete Spannungsoptische Instrumentarium kann im Dunkelfeldmodus ebenso wie im Hellfeldmodus genutzt werden. Physikalisch

macht dies keinen Messunterschied, es verschiebt sich lediglich die Farbzuoordnung zu den Isochromatenordnungen um den Faktor 0,5 (Föppl 1972). In den vorliegenden Testreihen wird im Dunkelfeldmodus gearbeitet, d.h. mit gekreuzten Polarisationsfiltern. Dadurch bleibt für den Betrachter außer den Spannungsbedingten Farbmustern kein anderes, störendes Licht sichtbar.

Farbe	Isochromatenordnung N	Dehnung [$\mu\text{m}/\text{m}$]
Schwarz	0	0
Grau	0.28	265
Weiß	0.45	425
Blassgelb	0.60	570
Orange	0.80	760
Tiefrot	0.90	855
Purpur	1.00	950
Dunkelblau	1.08	1025
Blau-grün	1.22	1160
Grün-gelb	1.39	1320
Orange	1.63	1550
Rosarot	1.82	1730
Purpur	2.0	1900
Grün	2.35	2230
Grün-gelb	2.50	2380
Rot	2.65	2520
Rot /grün	3.00	2850
Grün	3.5	2950
Rosa	3.65	3470
Rosa/grün	4.00.	3800
Grün	4.15	3940

Tab. 4 Veranschaulichung der Beziehung zwischen den bei den spannungsoptischen Messreihen auftretenden Isochromatenlinien und ihrer entsprechenden Hauptdehnungsdifferenz im Dunkelfeldmodus (Schichtdicke: 2mm; dehnungsoptischer Wert der Schicht: 950 $\mu\text{m}/\text{m}$).

Ingenieure und Konstrukteure arbeiten bevorzugt mit dem Begriff Spannung. Die genannten Gleichungen können unter Verwendung des Hooke' schen Gesetzes umgeformt werden und so Spannungswerte ermittelt werden. Für diesen Fall ist jedoch die exakte Kenntnis des E-Moduls des getesteten Materiales erforderlich, was für die hier verwendeten inhomogenen Knochenmaterialien nicht möglich ist.

Aus diesem Grund wird im folgenden immer von der Hauptdehnungsdifferenz

die Rede sein. Dieser Begriff kann auch als Dehnung bezeichnet werden, umgangssprachlich auch Kraftfluss, Stress oder Belastung genannt. Im physikalischen Sinn handelt es sich bei den Meßergebnissen dieser Arbeit jedoch immer um Angaben der Hauptdehnungsdifferenz.

Die Differenz der Hauptspannungen im Bauteil ist demnach:

$$\sigma_x - \sigma_y = (\epsilon_x - \epsilon_y) \frac{E}{1 + \nu} = Nf \frac{E}{1 + \nu}$$

In vielen praktischen Anwendungsfällen, z.B. bei Kanten und Rädern, im einachsigen Spannungsfeld, ist eine der Hauptspannungen gleich null.

In solchen Fällen kann man demzufolge schreiben:

$$\sigma = N \frac{fE}{1 + \nu}$$

3.3.1 Kalibrierung der Methodik mit dem Biegebalkenexperiment:

Die Gültigkeit der berechneten Werte der Tab.4 für die in dieser Arbeit gewählten Versuchsbedingungen kann durch ein Biegebalkenexperiment nachgewiesen werden.

Ein Aluminiumstreifen mit bekannten Materialeigenschaften und bekannten Abmessungen wird an der Oberseite mit einer photoelastischen Schicht (hier: Schichtdicke $t = 2 \text{ mm}$, Harz PL-1 mit Härter PLH-1, Klebstoff PC-1 mit Härter PCH-1) versehen. Dieser beschichtete Aluminiumstreifen wird nun an einer Tischkante mit einer Schraubzwinge befestigt, so daß er einige Zentimeter übersteht (vgl. Abb. Biegebalken TN 702). Am überstehenden Ende wird durch ein Bohrloch hindurch ein Gewicht angebracht, welches zu einer Biegespannung an der Oberfläche des Metallstreifens führt. Diese Biegung führt unter polarisiertem Licht zu einer sichtbaren Abfolge der Isochromatenordnungen N . Es kann nun die Bestimmung der Isochromatenordnung visuell mittels Farbidentifikation an einem bestimmten Ort (e) erfolgen. Unter Zuhilfenahme der Formel 12 (siehe unten) kann gleichzeitig die Dehnung an diesem Ort unabhängig von den beobachteten Isochromatenordnungen berechnet werden.

$$\epsilon = 6 F l (1 + \mu) / E b h^2 \text{ [mm/mm] Gl. 31 (Schöpf 1989)}$$

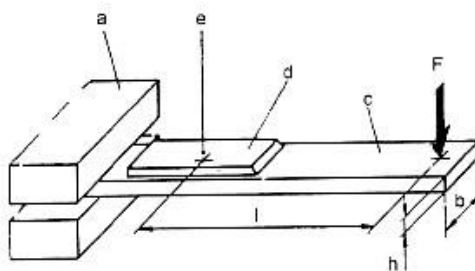


Abb. 13 Biegebalken

ϵ = Dehnung am Ort e [mm/mm = $10^6 \mu\text{m/m}$]

F = Gewichtskraft [N]

μ = Querkontraktionszahl des Testobjektes

E = E-Modul [N/mm^2]

l = Hebelarm = Abstand von F zu e [mm],

b = Breite [mm]

h = Dicke [mm]

Stimmen nun die beobachtete Isochromatenordnung N am Ort e (zusammen mit der aus Tab.4 bestimmten Dehnung), sowie die nach Gl.31 für den Orte berechnete Dehnung überein, so ist die Gültigkeit der Werte aus Tab.4 für die eigenen gewählten Versuchsbedingungen erwiesen. In den hier durchgeführten Biegebalkenexperimenten zeigte sich eine weitgehende Übereinstimmung.

3.3.2 Messung der Hauptspannungsrichtungen

Meßprinzip:

Die Hauptdehnungsrichtungen werden immer relativ zu irgendeiner definierten Linie, Achse oder Ebene als Referenz gemessen. Konsequenterweise wird der erste Schritt zur Messung der Hauptspannungen (oder Dehnungen) die Festlegung einer derartigen Referenzachse sein. In den meisten Fällen wird sich diese Referenzachse ganz sinnvoll aus den Meßbedingungen selbst ergeben, indem sich z.B. die Symmetrieachse des Meßobjekts als solche anbietet. In anderen Fällen wird die Vertikale oder Horizontale als Referenzachse hinreichende Bezugsbedingungen ergeben.

Wenn ein Stahl planpolarisierten Lichtes eine spannungsoptisch aktive Schicht durchläuft, wird er sich da, wo diese Schicht Spannungen ausgesetzt ist, in zwei Wellen mit unterschiedlicher Fortpflanzungsgeschwindigkeit aufteilen. Nach dem Austritt aus der Kunststoffschicht werden beide Wellen nicht mehr zu einer einzigen Schwingung, parallel zu der ursprünglichen in die Schicht eintretenden, vereinigen. Allerdings ist es so, daß an Punkten, an denen die Hauptspannungsrichtungen mit der Polarisationsachse der Polarisationsfilter übereinstimmen, der Lichtstrahl keinen Veränderungen ausgesetzt ist und der aus der Schicht austretende Strahl also parallel mit dem eintretenden bleibt. Der Polarisationsfilter A (Analysator) mit seiner senkrecht zur Polarisationsachse des Polarisators P stehenden Polarisationsachse wird an diesen Punkten eine Auslösung der Schwingung bewirken (siehe Abb.14).

Abb. 15 mechanisch belastetes Prüfobjekt mit spannungsoptischer Beschichtung

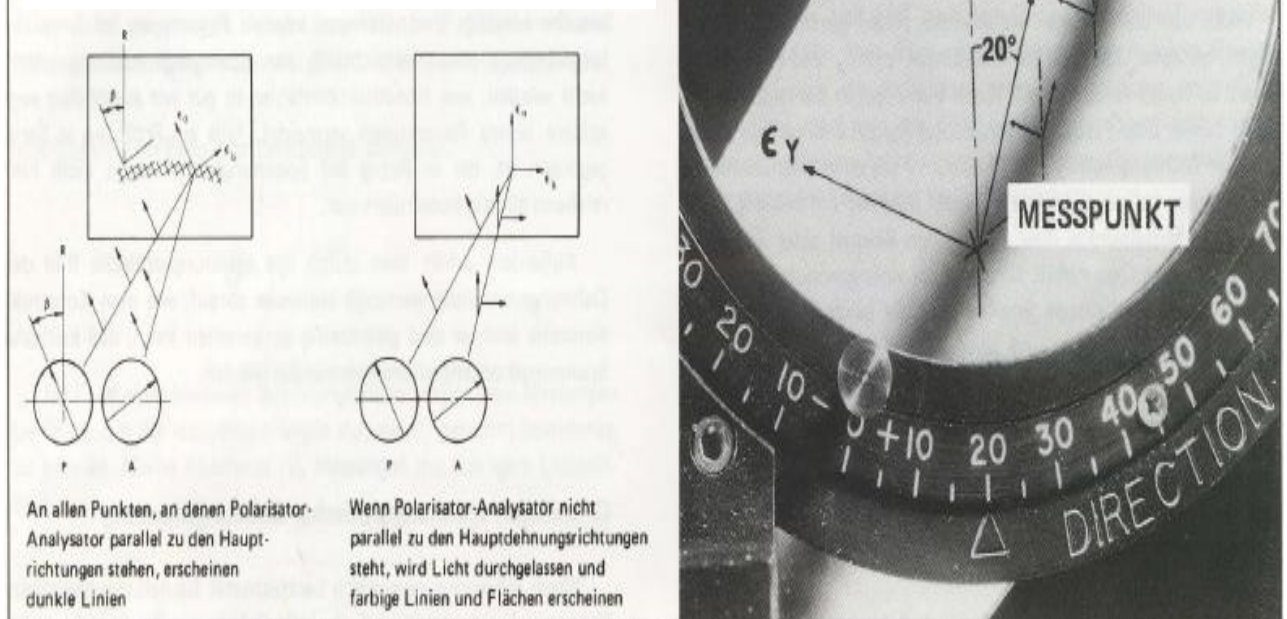
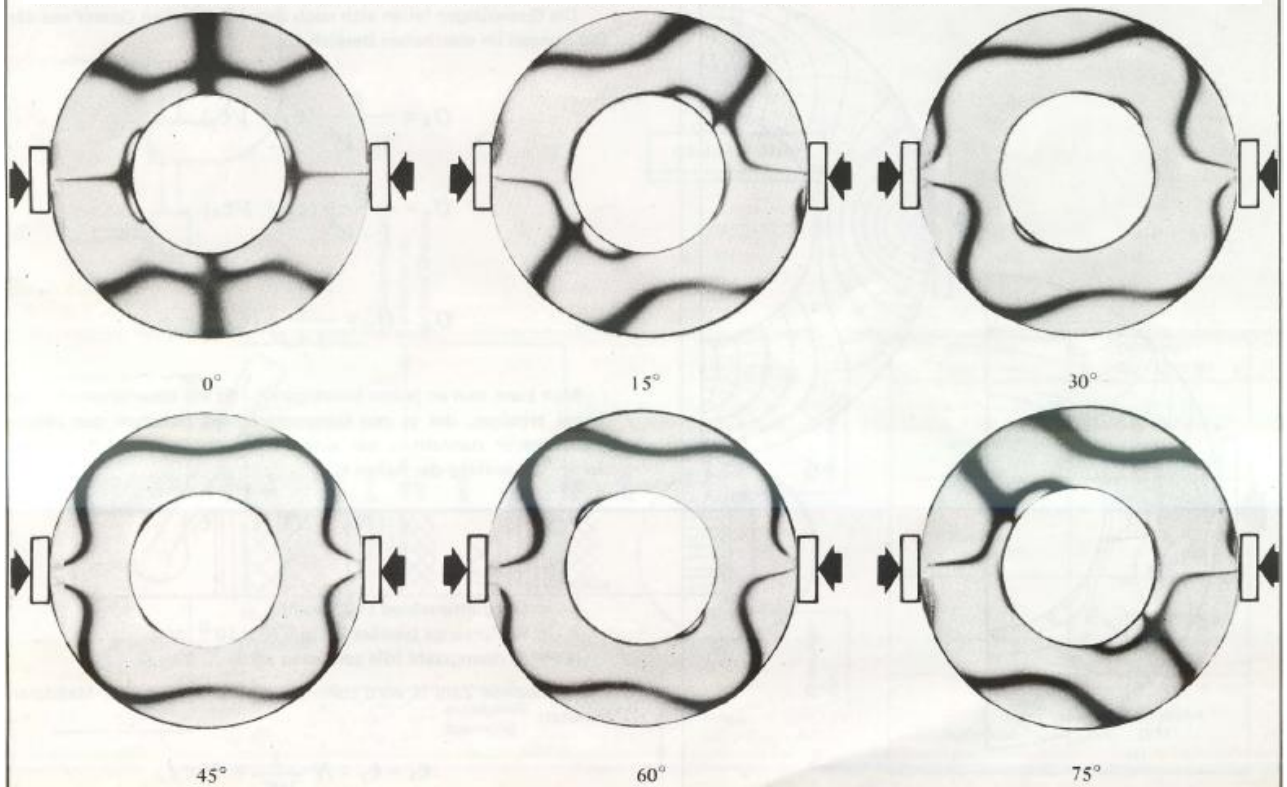


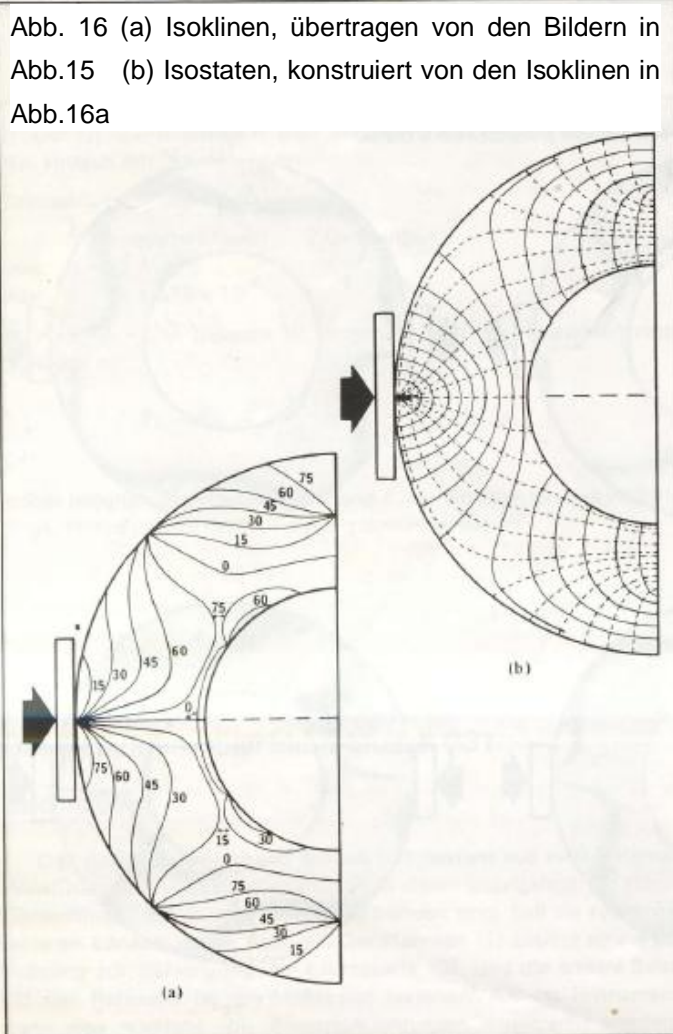
Abb. 14 Isoklinen, in diametral belasteten Ringen, in Winkelschritten von 15° im Bereich von 0 bis 90°



Wenn man Bauteile, die unter mechanischen Spannungen stehen, und die mit spannungsoptisch aktiven Schichten versehen worden sind, durch ein Polariskop betrachtet, werden Linien oder Flächen erscheinen, die dunkel oder schwarz sind. Diese Linien oder Flächen nennt man Isoklinen. An jedem Punkt

dieser Isoklinen sind die Hauptspannungsrichtungen zu den Polarisations Ebenen der Filter P und A gleich. In Bezug auf die definierte Referenzachse R bedeutet also die Messung der Hauptspannungsrichtungen weiter nichts als eine gemeinsame Drehung der Filter P und A und zwar solange, bis am interessierenden Punkt eine schwarze Linie erscheint. Wenn eine gesamte Darstellung der Isoklinen direkt auf der spannungsoptisch aktiven Schicht mit einem geeigneten Fettstift nachzeichnen.

Folgt man also diesem Isoklinienfluß, können die Isostaten leicht skizziert werden, und diese Isostaten zeigen die Richtungen der Hauptdehnungen an jedem gewünschten Punkt der beschichteten Bauteils. Abb.15 zeigt eine fotografische Aufnahme von Isoklinen in einem diametral belasteten Rind. Abb.16 zeigt, wie diese Isoklinen dann auf ein Papier übertragen und aus diesen die Isostaten, d.h. die Hauptdehnungsrichtungen, abgeleitet worden sind.



Wenn sich die Isoklinen als schmale, scharf gezeichnete Linien zeigen, bedeutet das, daß die Richtungen von ϵ_x und ϵ_y sich von Punkt zu Punkt rasch ändern. Wenn sich dagegen die Isoklinen als breite Bänder oder Flächen zeigen, deutet das auf eine geringe Änderung der Richtung von ϵ_x und ϵ_y hin. Im Falle einer Nachzeichnung der Isoklinen sollten dann ihre Grenzen markiert werden und nicht nur deren Mittelpunkte oder Linien. Am Beispiel einer Zugprobe mit konstantem Querschnitt wird sich bei einer spannungsoptischen Untersuchung eine einzige Isokline über die ganze Oberfläche der Probe beobachten lassen, und zwar dann, wenn die

Polarisationsachsen mit den Hauptachsen der Probe (Längs- und Querachse) zusammenfallen, da ja die Richtung von ϵ_x an jedem Punkt die gleiche ist.

3.2 Meßvorgang

3.2.1 Klebung der Beschichtung



Abb. 17 PHOTOELASTIC SHEETS und Größe der Beschichtung

- vorbereiten PHOTOELASTIC SHEETS, zeichnen die Kanten nach Zeichnung auf die Schutzfolie der Beschichtung.
- fertigen mit Schneidemaschine, schleifen der Kanten mit Schleifmaschine.
- reinigen die Oberfläche der Träger mit Isopropyl Alkohol.
- vorbereiten der Klebemittel, mischen, schmieren gleichmäßig auf die Oberfläche.
- kleben Träger mit fertiger Beschichtung, warten 72 Stunden, trennen Schutzfolie ab.

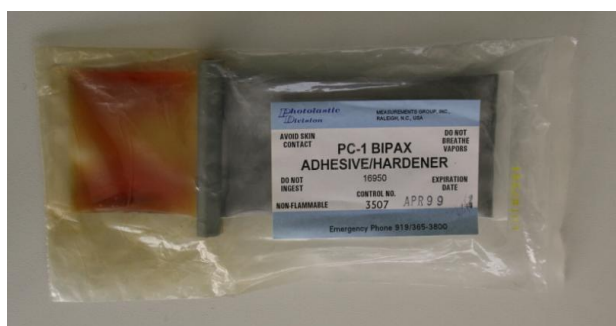


Abb. 18 Klebemittel



Abb. 19 Reinigung der Trägers und Träger mit Beschichtung

3.2.2 Verbindung der Geräte

- Befestigung Wägezelle C2 mit Belastungseinrichtung (Abb.20)
- Verbindung mit Kanal 0 von ‚Spider 8‘ (Abb.21)



Abb. 20 Befestigung der Wägezelle

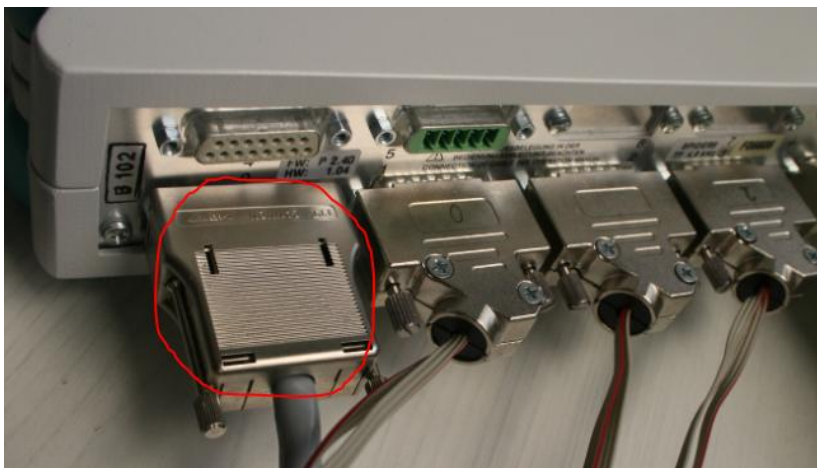


Abb. 21 Wägezelle C2 zu Kanal 0

- Zusammenbau mit Träger, Grundplatte, Fertigungsstücke.
- Einstellung der Belastungsposition, $L'=50\text{mm}$ (siehe Abb.22)

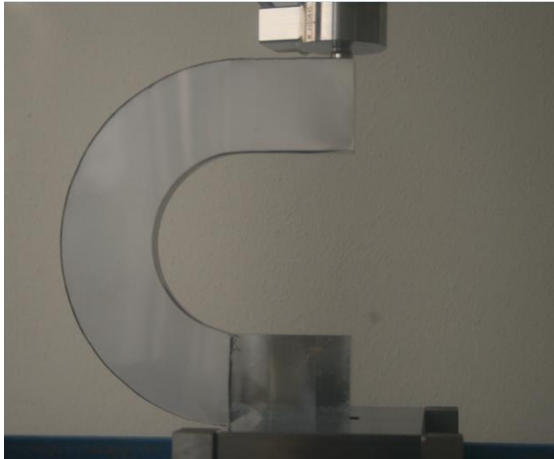


Abb. 22 Baugruppe mit Beschichtung

3.2.3 Einstellung des Meßprojekts mit Software ‚Catman‘

-Starten Software ‚Catman‘, Neues Meßprojekt

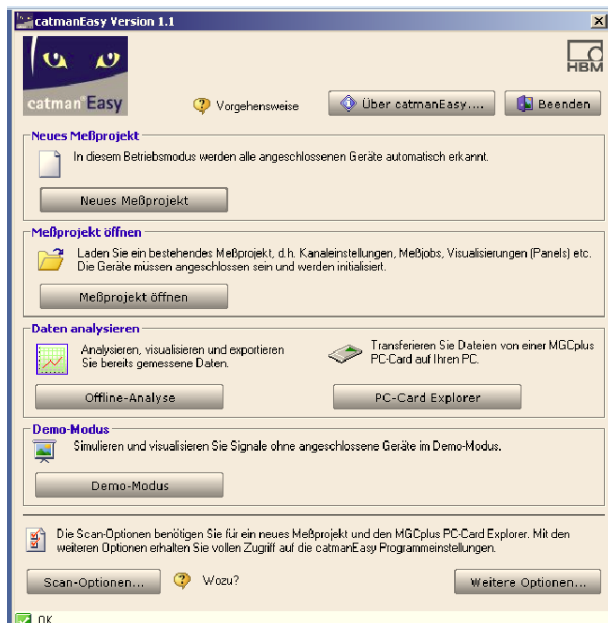


Abb. 23 „Catman“ Starten

-Auswahl des Sensors: HBM-Aufnehmer_ Kraftaufnehmer_ C2_C2 10kN

- Meßjobs einrichten

Allgemein: Messung startet sich ab 0.5 kN und endet sich bis 9 kN

Kanalaktivierung: Kraft CH0 Aktiv

-Meßwert Nullstellen

-Panel: Echtzeitgraphik, Digitalanzeige des Kraftsensors

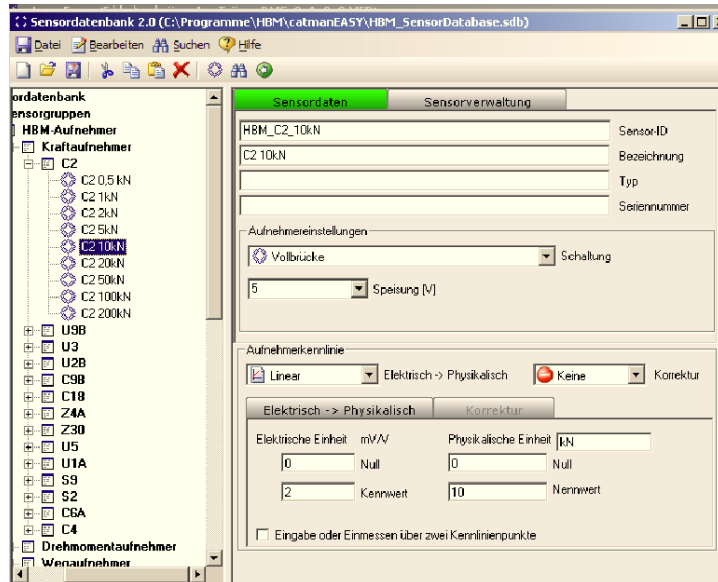


Abb. 24 Auswahl des Sensors



Abb. 25 Meßjob einrichten: Allgemein

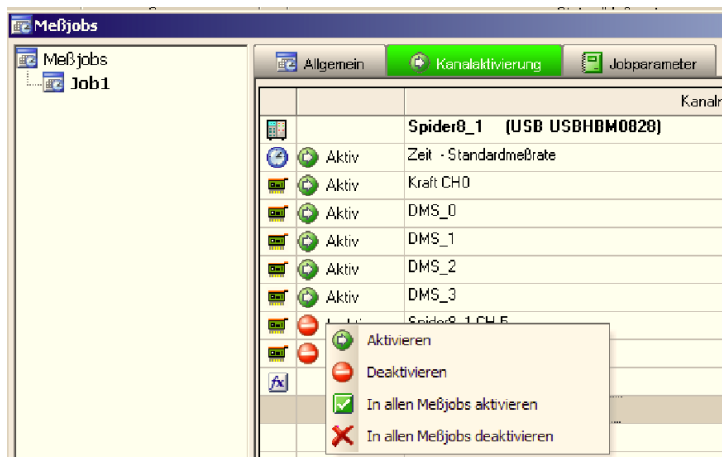


Abb. 26 Meßjob einrichten: Kanalaktivierung

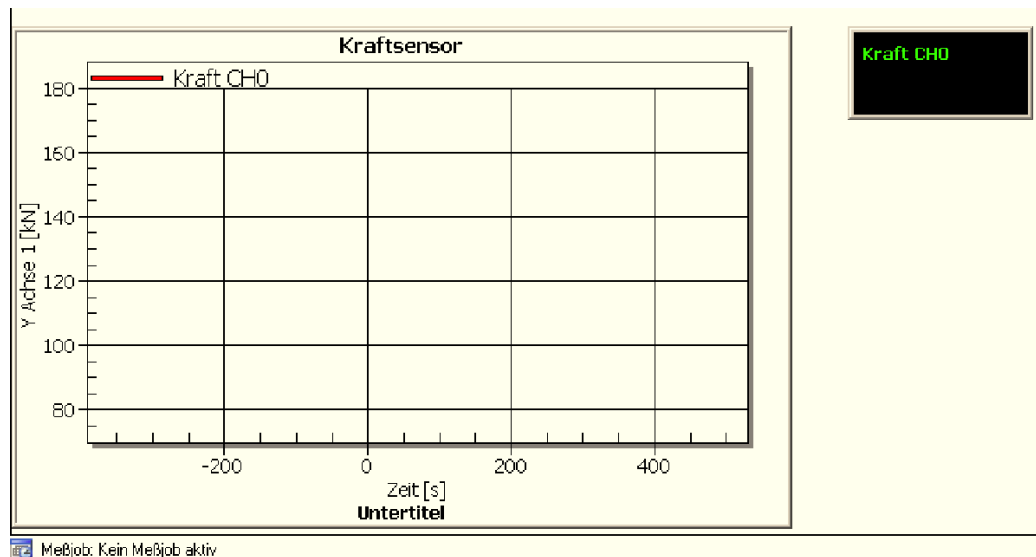
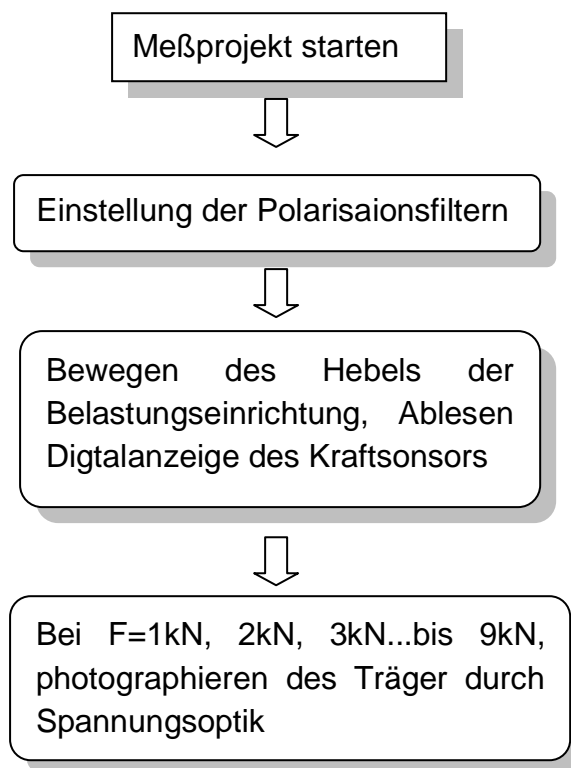


Abb. 27 Panel einrichten

3.2.4 Durchführung des Meßprojekts



3.2.5 Isochromaten

Alle Modellpunkte mit derselben Hauptspannungsdifferenz gehören nach der Hauptgleichung zur gleichen Isochromatenordnung. Betrachten wir aus dem Mohrschen Spannungskreis die Hauptschubspannung dann stellen die Isochromaten auch gleichzeitig Linien gleicher Hauptspannung dar.



Abb. 28 Polarisationsfilter auf M stellen

1 kN

2 kN

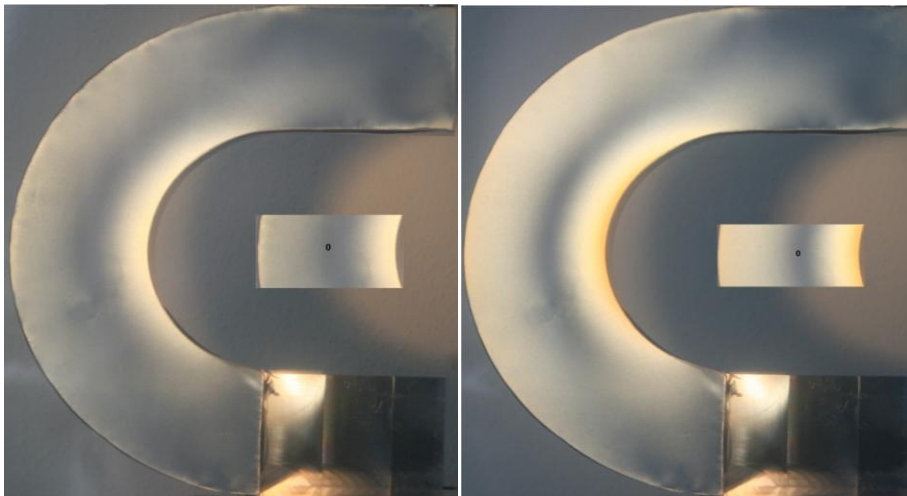


Abb. 29 Isochromaten bei 1kN und 2kN

3 kN

4 kN

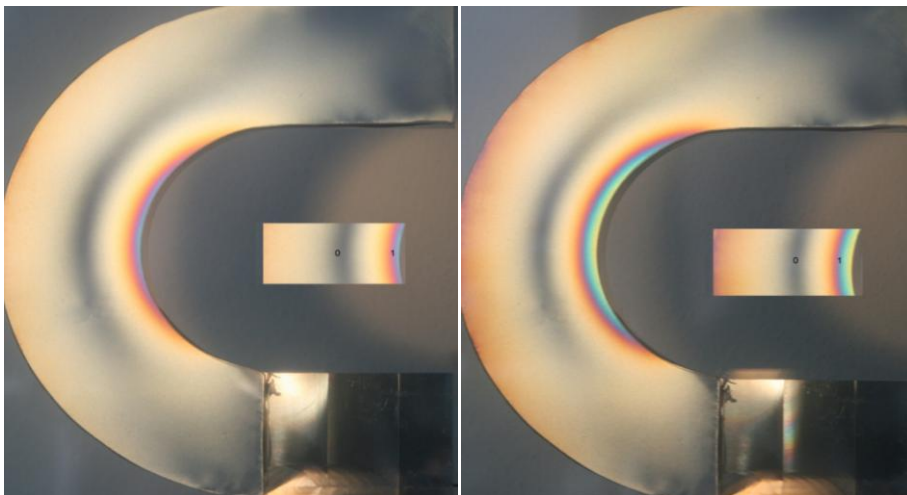


Abb. 30 Isochromaten bei 3kN und 4kN

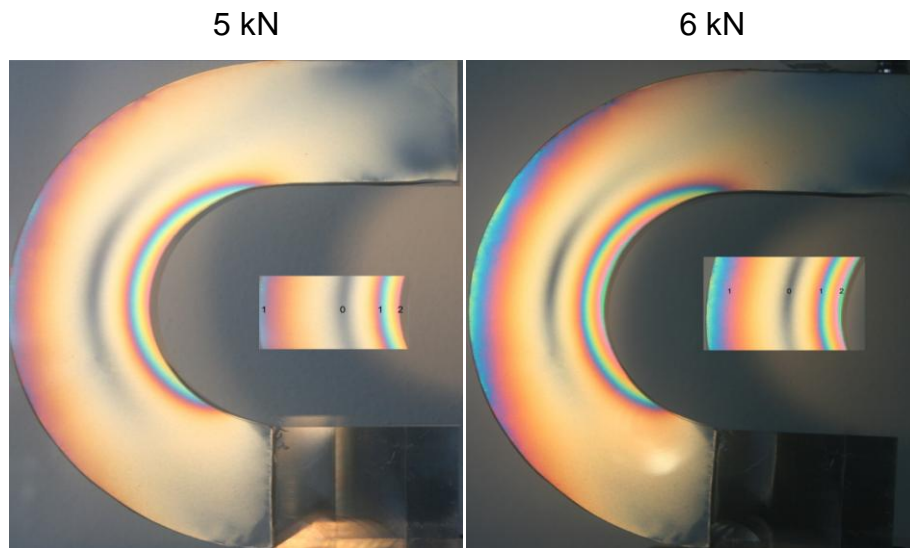


Abb. 31 Isochromaten bei 5kN und 6kN

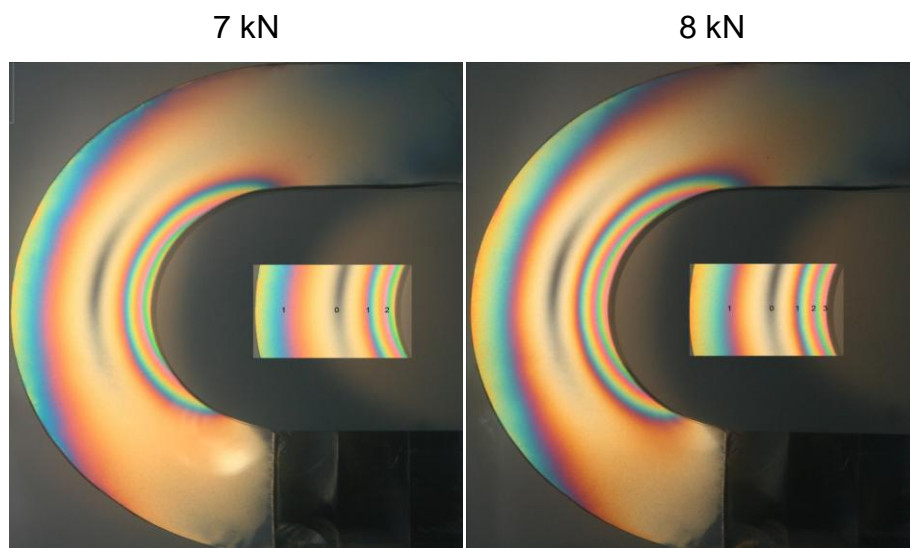


Abb. 32 Isochromaten bei 7kN und 8kN

Ablesen die Isochromatenordnung (s. Tab.4) auf der Positionen der DMS (s. Abb.40).

Position	0	1	2	3	4
Belastung in kN	Isochromatenordnung N				
0	0	0	0	0	0
1	0.22	0.16	0.03	0.22	0.36
2	0.42	0.28	0.10	0.46	0.72
3	0.54	0.42	0.17	0.72	0.92
4	0.78	0.62	0.20	0.94	1.34
5	0.92	0.78	0.26	1.14	1.76
6	1.08	0.92	0.34	1.46	1.88
7	1.32	1.08	0.38	1.66	2.40
8	1.44	1.22	0.40	1.90	2.80

Tab. 5 Isochromatenordnung auf der Positionen der DMS

3.2.6 Isoklinen



Abb. 33 Polarisationsfilter auf D stellen

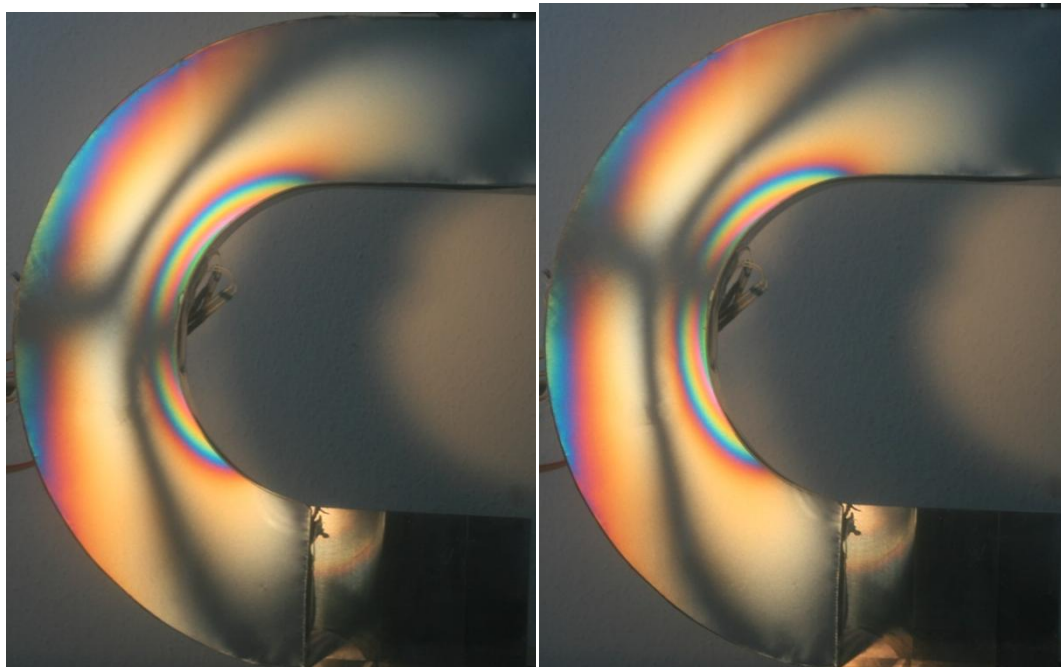


Abb. 34 Isoklinen bei 0° und 15°

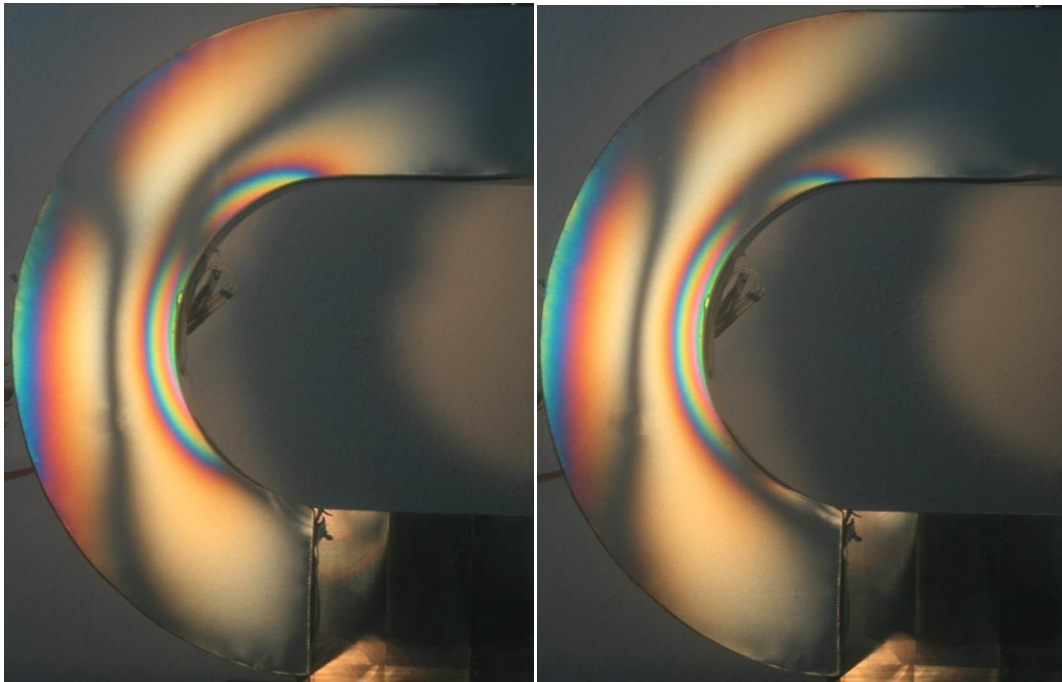


Abb. 35 Isoklinien bei 30° und 45°

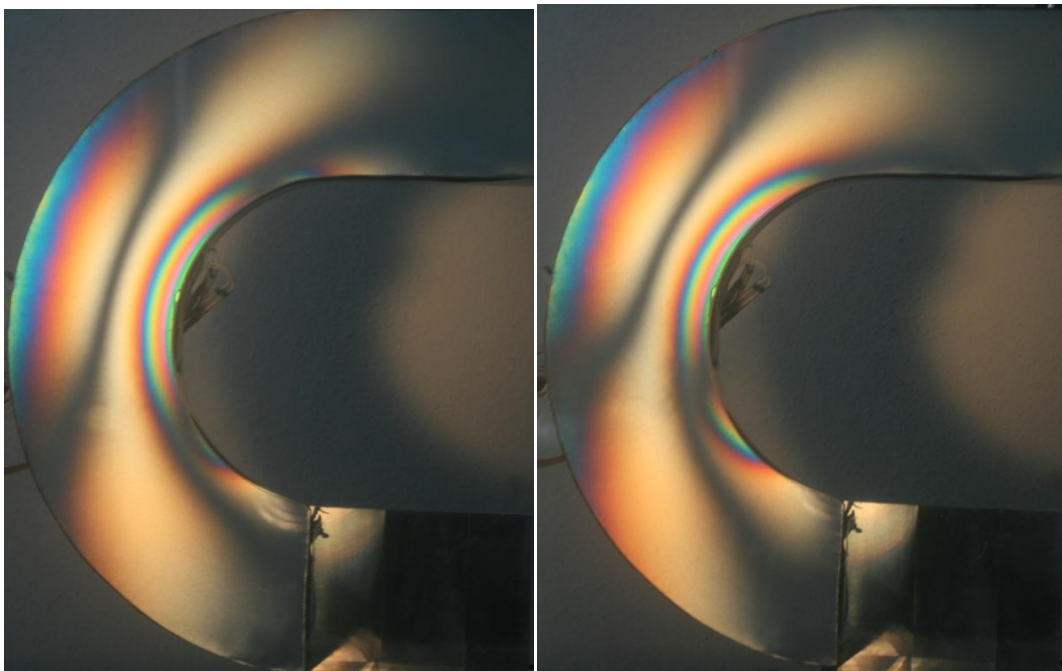


Abb. 36 Isoklinien bei 60° und 75°

Isoklinien werden zur vollständigen Auswertung des ebenen Spannungsfeldes benötigt. Mit Hilfe der Isoklinien gelingt nun auch die Ermittlung der Schubspannungen an beliebiger Stelle des ebenen Spannungsfeldes. Grundlage hierfür ist die aus dem Mohrschen Spannungskreis stammende Beziehung $\tau_{xy} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\varphi_0$ die durch die Isochromatenordnung und den Isoklinienparameter im betreffenden Modellpunkt dargestellt wird.

4. Spannungsanalyse mit Dehnungsmeßstreifen

4.1 Meßtechnik mit Dehnungsmeßstreifen

4.1.1 Einführung

Dehnungsmeßstreifen (DMS) sind dazu bestimmt, Dehnungen zu messen. Aus dem Ergebnis einer solchen Messung lassen sich Aussagen machen über die Werkstoffbeanspruchung des Meßprojekts, über die Art und den Betrag von Krafteinwirkungen auf das Meßprojekt und anderes mehr. Ein DMS kann die ihm gestellte Aufgabe aber erst dann erfüllen, wenn eben diese zu messende Dehnung einwandfrei und verlustlos auf ihn übertragen wird. Dazu bedarf es einer innigen Verbindung zwischen DMS und Meßobjekts der Messung zugänglich (die sich sowohl außen als auch in Innenräumen des Objekts befinden können).

4.1.2 Metallische DMS und Wirkungsweise

Die Widersandänderung eines mit Zugkraft beanspruchenten Drahtes ist sehr klein. Die wesentlichen Anwendungsgebiete der DMS-Technik

- die experimentelle Spannungsanalyse einschließlich der Modellmeßtechnik und der Biomechanik
- der Meßgrößenaufnehmerbau

Die Wirkungsweise metallischer DMS beruht auf dem von Wheatstone und Thomson gefundenen Widerstands-Effekt elektrischer Leiter.

$$R = \frac{\varrho \cdot l}{A}$$

$$\frac{dR}{R_0} = \frac{d\varrho}{\varrho} + \frac{dl}{l} - \frac{2dr}{r} = \varepsilon(1 + 2\nu) + \frac{d\varrho}{\varrho} = \varepsilon(1 + 2\nu) + \frac{d\varrho}{\varrho}$$

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{A \cdot E}$$

ε ... Dehnung ;

R ...elektrischer Widerstand ;

ϱ ... spezifischer Widerstand ;

ν ... Querszahl

ϑ ...Piezoresistive Materialkonstante

$$\varepsilon = \frac{dl}{l} \text{ ...Dehnung des Drahtes}$$

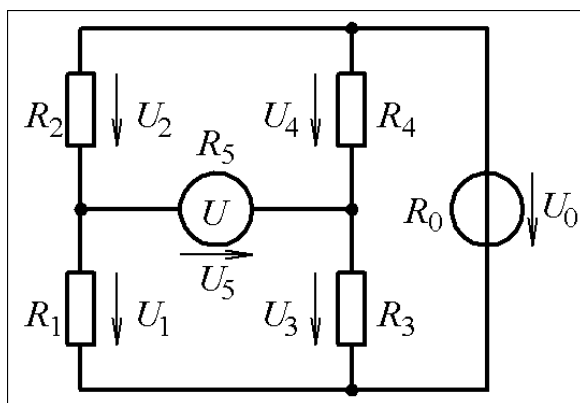
$$\frac{dr}{r} = \varepsilon q = -\nu \varepsilon = \frac{-\nu dl}{l} \text{ ... Querdehnung}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \varepsilon \cdot \vartheta \text{ ... Piezoresistive Widerstandsänderung ;}$$

$$k\text{-Factor : } k = \frac{\Delta R}{R \cdot \varepsilon} = 1 + 2\nu + \vartheta \text{ , bei 60\%Cu,40\%Ni -Konstantan, } k=2,05;$$

4.1.3 Die Wheatstonesche Brückenschaltung

4.1.3.1 Beschreibung



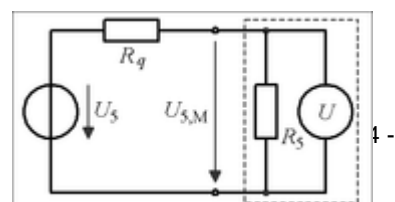
R1...R4: Brückenarme
 U0: Brückenspeisespannung
 U5: Brückenausgangsspannung
 (Meßsignal)

Eine grafisch andere Anordnung zeigt deutlicher, dass jeweils zwei Widerstände einen Spannungsteiler bilden; zwei Spannungsteiler liegen zueinander parallel. Der Spannungsmesser stellt zwischen diesen eine Querbeziehung her, die der Schaltung den Namen Brückenschaltung gibt. Die unmittelbar gemessene Größe der Anordnung ist der Spannungsunterschied, Diagonalspannung oder Brückenquerspannung genannt, zwischen den Spannungsteilern.

Die ursprüngliche Wheatstone-Brücke diente zur Messung von Widerstandswerten durch Anwendung des Abgleichverfahrens. Zunächst müssen die drei bekannten Widerstände solange variiert werden, bis die Diagonalspannung null beträgt. Anschließend lässt sich aus deren Widerstandswerten der vierte, unbekannte Wert errechnen. Durch die Verfügbarkeit günstiger Digitalmessgeräte (die mit anderen Verfahren arbeiten) wird diese Messmethode nur noch selten eingesetzt. Eine Ausnahme bilden hier Präzisionsmessungen.

4.1.3.2 Grundlage

An den zwei parallelen Spannungsteilern wird die Spannung über einem beliebigen Widerstand (z. B. R1) verglichen mit der entsprechenden



Spannung im Parallelzweig (dann über R3). Falls diese Spannungen gleich groß (aber ungleich null) sind, nennt man die Brücke abgeglichen. Solange im Brückenquerzweig ein vernachlässigbar kleiner Strom fließt (bei Abgleich gilt das immer, sonst wenn $R_5 \gg R_1, R_2, R_3, R_4$) sind die Spannungsteiler unbelastet, und es gilt:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U_3 &= U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_4} \\ U_5 &= U_1 - U_3 = U_0 \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) \\ &= U_0 \frac{R_1 R_4 - R_3 R_2}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \end{aligned}$$

Ersatzschaltung für die Ausgangsspannung

Bei der Messung dieser Spannung ist zu beachten, dass sie mit einem beträchtlichen Quellenwiderstand R_q der Spannungsteiler verbunden ist. Bei idealer Quelle der Speisespannung U_0 (mit $R_0 = 0$ zwischen dem oberen Anschluss von R_4 und dem unteren Anschluss von R_3) ist unmittelbar an der Schaltung ersichtlich:

$$R_q = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4) = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

Für eine symmetrische Brücke mit $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ gilt damit $R_q = R$. Zusammen mit einem nicht idealen Spannungsmesser mit einem Innenwiderstand $R_5 < \infty$ kann das zu einer beträchtlichen Messabweichung führen, da die gemessene Spannung $U_{5,M}$ gegenüber der Leerlaufspannung um den Faktor $R_5 / (R_5 + R_q)$ kleiner ist; → reale Spannungsquelle

4.1.3.3 Wirkungsweise

In diesen Fällen entsteht eine Spannung U_5 als Maß für eine Widerstandsänderung ΔR ; die Brücke arbeitet nach der Ausschlagsmethode. Konkret: Wenn sich aus dem abgeglichenen Zustand heraus R_1 ändert, $R_1 \rightarrow R_1 + \Delta R_1$, dann wird gemäß der eingangs aufgestellten Gleichung

$$\frac{U_5}{U_0} = \frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

Mit der Verstimmung $v = \frac{\Delta R_1}{R_1}$ und dem Brückenverhältnis $k = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ wird

$$\frac{U_5}{U_0} = \frac{1 + v}{1 + v + k} - \frac{1}{1 + k} = v \frac{k}{(1 + v + k)(1 + k)}$$

Solange $|v| \ll 1 + k$ oder $|\Delta R_1| \ll R_1 + R_2$ gilt die Näherung

$$\frac{U_5}{U_0} \approx v \frac{k}{(1 + k)^2} ; \quad \text{dann ist } U_5 \text{ proportional zu } \Delta R_1 !$$

Die Funktion $y = f(k) = \frac{k}{(1+k)^2}$ hat ein Maximum bei $k = 1$ und hat dort den Wert $f(1) = \frac{1}{4}$. Das heißt, dass die Brücke ein Maximum an Empfindlichkeit hat, wenn sie symmetrisch ist (bei Abgleich alle Widerstände gleich groß = R).

$$\frac{U_5}{U_0} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R_1}{R}$$

Dann ist

Beispiel: Relative Widerstandsänderung = 10^{-3} ; $U_0 = 10$ V. Dann $U_5 = 2,5$ mV. Das sind noch 25 Digit (Ziffernschritte), falls der Spannungsmesser den Messbereich 200 mV in 2000 Digit auflöst.

Das bedeutet: Ohne den Widerstand genau zu kennen, können kleine Änderungen mit der Qualität bestimmt werden, mit der U_5 bestimmbar ist. Während die Subtraktion von zwei fast gleich großen Messwerten immer zu sehr unzuverlässigen Ergebnissen führt, wird hier die Differenz in der Schaltung gebildet und als solche unmittelbar und zuverlässig messbar!

Erlaubt man allen vier Widerständen jeweils eine kleine Änderung aus dem Abgleich heraus, dann erhält man bei symmetrischer Brücke

$$\frac{U_5}{U_0} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} \right)$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \Delta R/R = k\varepsilon \\ &\downarrow U_5/U_0 = k/4(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4) \end{aligned}$$

4.1.3.4 Halbbrücke

Abb.34 zeigt zwei Formen der Halbbrücke mit unterschiedlichen Positionen der DMS. Die Art der Position hängt von der Anwendung ab. Form 1 wird benutzt, wenn beide DMS in gleicher Richtung gedehnt werden und Form 2 wird verwendet, wenn ein DMS gedehnt und der andere gestaucht wird.

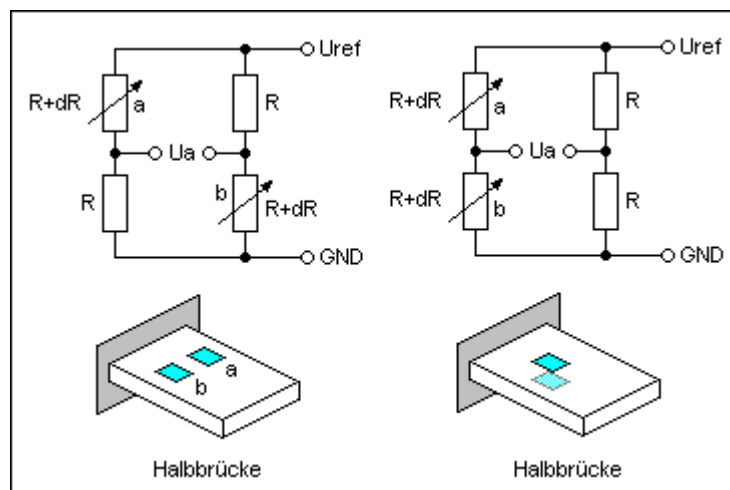


Abb. 37 zwei Formen der Halbbrücke

Die Brückenspannungen berechnen sich als Differenz der beiden

Spannungsteiler:

$$\text{Form1 } U_a = \frac{U_{ref} * R}{2 * R + dR} - \frac{U_{ref} * (R + dR)}{2 * R + dR} = U_{ref} * \left(\frac{-dR}{2 * R + dR} \right) \quad \text{Gleichung 2.79}$$

$$\text{Form2 } U_a = \frac{U_{ref} * (R - dR)}{2 * R} - \frac{U_{ref} * R}{2 * R} = -\frac{U_{ref} * dR}{2 * R} \quad \text{Gleichung 2.80}$$

4.1.3.5 Vollbrücke

Abb.35 zeigt eine Brücke die aus vier DMS besteht:

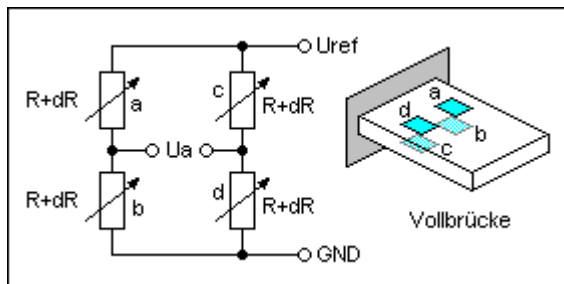


Abb. 38 Vollbrücke

Die Brückenspannungen berechnen sich als Differenz der beiden Spannungsteiler:

$$U_a = \frac{U_{ref} * (R - dR)}{2 * R} - \frac{U_{ref} * (R + dR)}{2 * R} = -U_{ref} * \frac{dR}{R} \quad \text{Gleichung 2.81}$$

Der Gage-Faktor k und die Länge des DMS können den entsprechenden Datenblättern entnommen werden.

Sind alle vier Widerstände aktiv an der Bildung des Meßsignals beteiligt, dann spricht man von einer aktiven Vollbrücke. Dies hat nicht nur Vorteile im Hinblick auf die Empfindlichkeit, sondern auch bezüglich der thermischen Stabilität. Eine gleichmäßige Änderung aller Brückenwiderstände durch Temperatureinflüsse läßt nämlich die Ausgangsspannung unverändert.

4.1.4 Temperaturkompensation

$$\alpha_{MK} = \frac{1}{k} \frac{\Delta R_k}{R_{DMS} + R_k}$$

$$R_k = \rho \frac{l}{A} ; l \text{ in m, } A \text{ in mm}^2$$

$$\Delta R_k = R_k \cdot \alpha_k \cdot \Delta \theta = \rho \cdot \frac{l}{A} \cdot \alpha_k \cdot \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \alpha_{MK} = \frac{\rho \cdot l / A \cdot \alpha_k \cdot \Delta \theta}{k(R_{DMS} + \rho \cdot l / A)} \cdot 10^6 \quad \text{in } \mu\text{m/m}$$

α_{MK} =Temperaturgang der Meßstelle infolge der Kabelerwärmung
 α_k =Temperaturkoeffizient des Kabelleitungswerkstoffes, $\alpha_{Cu}=0.004 \Omega/\Omega \cdot 1/K$
 ρ =Leitfähigkeit des Leitungswerkstoffes, $\rho_{Cu}=0.018 \Omega mm^2/m$
 $\Delta\vartheta$ =Temperaturänderung
 R_k =Kabelwiderstand
 ΔR_k =Änderung des Kabelwiderstandes
 R_{DMS} =Widerstand des DMS
 k = k-Faktor des DMS
 l =Leitungslänge
 A =Leiterquerschnitt

Temperaturdehnung

$$\varepsilon_{Th} = \alpha_t \cdot \Delta T$$

Tabelle: $\alpha_{St}=12 \cdot 10^{-6} 1/K$

4.2 DMS, Aufbau, Probeversuch mit Biegestab

4.2.1 DMS, Auswahl und Bestellung

DMS Typ (Gestalt)

- Spannungszustand charakterisieren
- eindimensional, zweidimensional
- mit/ohne bekannte Hauptrichtungen der Spannungen
- Material zur Temperaturkompensation

DMS Bauart (Material)

In welchem Ort wird gemessen?

- Labor
- normale Umgebung
- hohe Temperatur
- chem. aggressives Medium

Was wird gemessen?

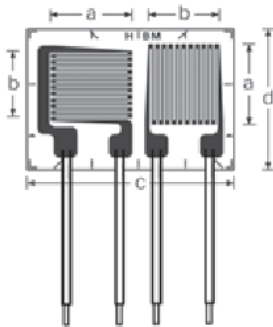
- statische Dehnung, dynamische Dehnung, Rissfortschritt

DMS-Größe:

- Widerstand der DMS (Erfordnisse Messgerät)
- Baugröße (Bauteilgröße, Dehnungsgradient)

Bestellung:

- DMS: HBM K-XY31-6/130-3L-2M 5 Stück, 2 Messgitter ($0^\circ, 90^\circ$; T-Rosette), abgedeckt, mit 2m PVC-Flachbandkabel



$a=6 \text{ mm}$
 $b=5.5 \text{ mm}$
 $c=17.5 \text{ mm}$
 $d=12 \text{ mm}$

Abb. 39 DMS K-XY31-6/130

- Reinigungsmittelset: 1-RMS1-SPRAY, zum Erreichen von einwandfreien Klebe-Verbindungen muss die Oberfläche des Messobjektes vor dem Kleben unbedingt gereinigt werden.
- Klebstoff: 1-Z70 10ml, Cyanacrylat-Schnellklebstoff für DMS kalthärtender Einkomponentenklebstoff, dünnflüssig

4.2.2 Position der DMS

Aus den Isochromaten (Abb.29 - 32) wird deutlich, dass die max. Dehnung auf die inneren Seite z.B. Position 4 entsteht. Mit fünf DMS werden die Dehnungen, auf dem gleiche horizontale Querschnitt gemessen.

Die fünf DMS werden wie das folgende Bild zeigt positioniert.

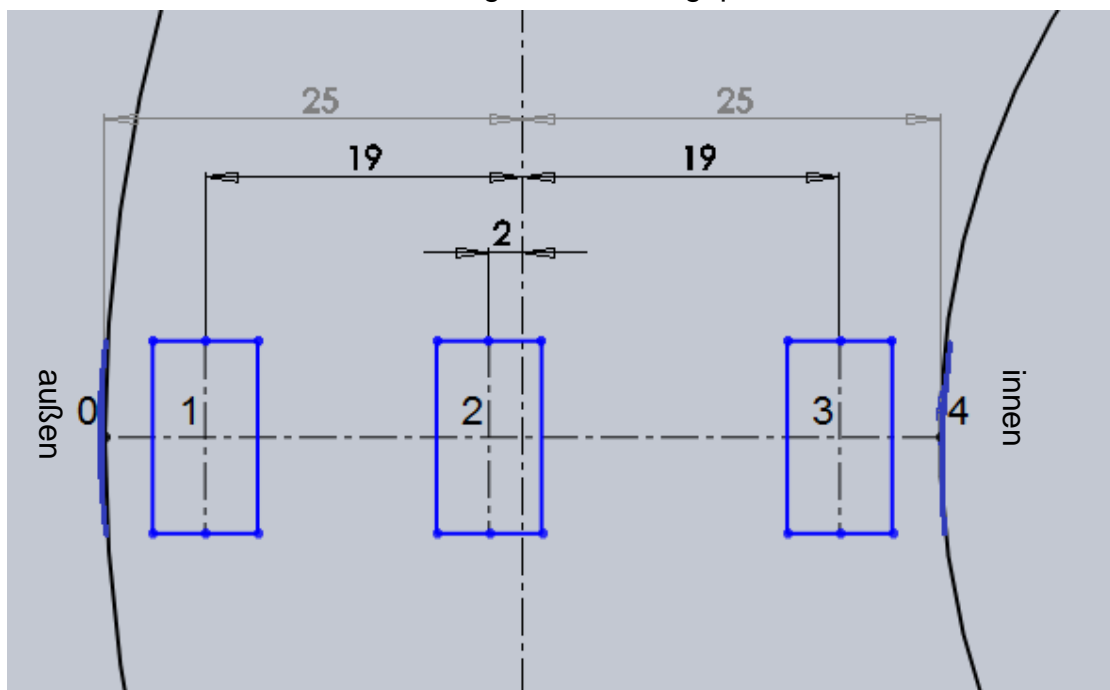


Abb. 40 Position der DMS

4.2.3 Prozeß des DMS Aufbaus

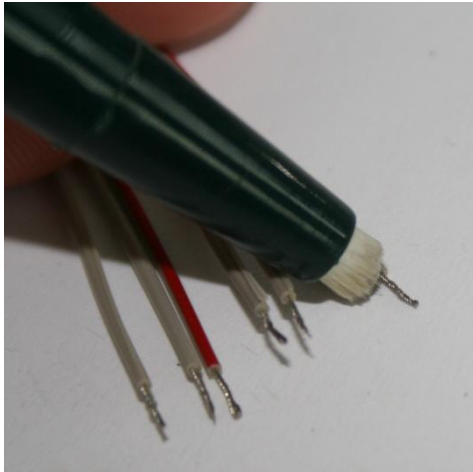


Abb. 41 Grobreinigung der Lötunkte

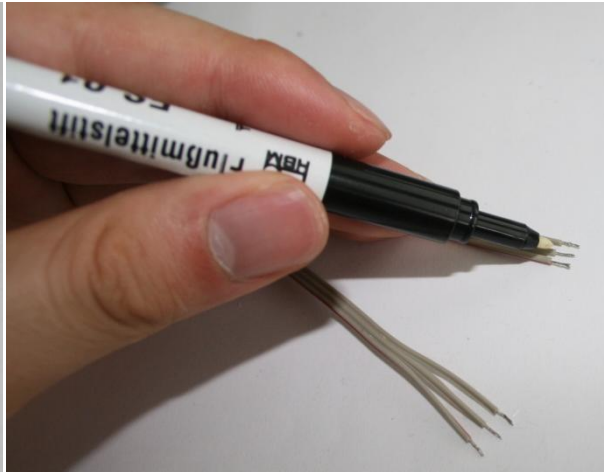


Abb. 42 Auftragen Flußmittel

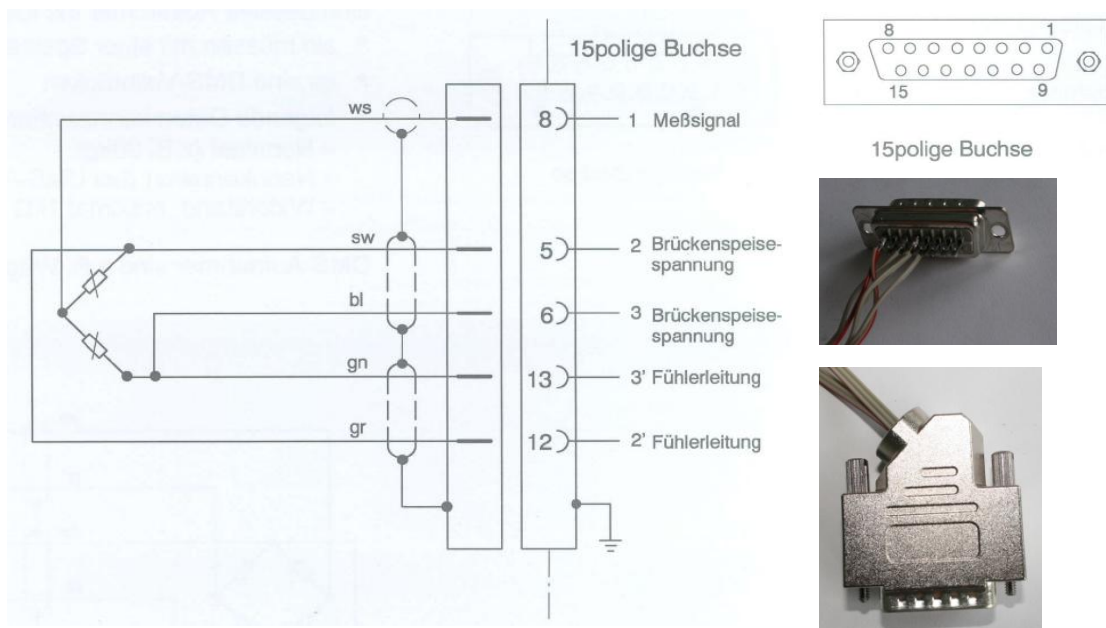


Abb. 43 lötten Kabel zur Buchse nach Halbbrücke und Zusammenbau

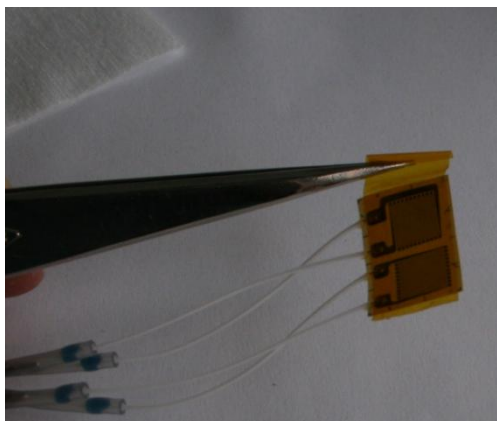


Abb. 45 DMS mit Klebeband

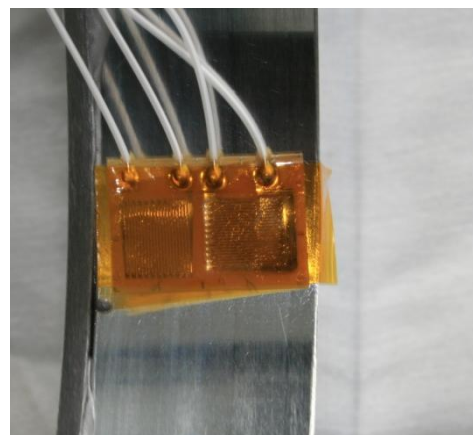


Abb. 44 DMS 4 (innen)

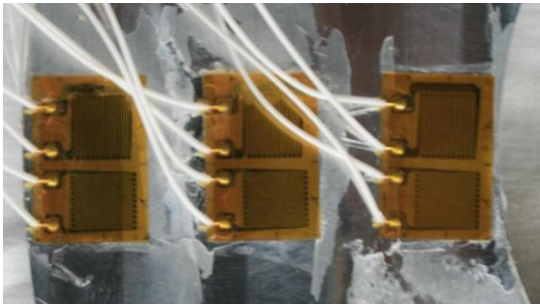


Abb. 47 DMS 1,2,3 (mittel)

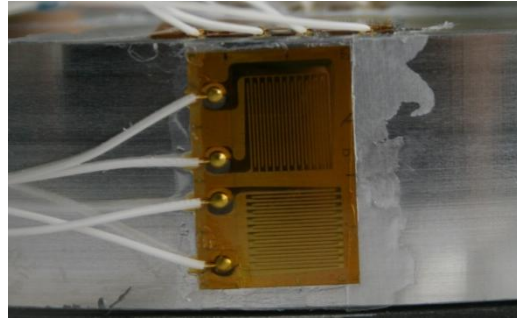


Abb. 46 DMS 0 (außen)

- a. Klebeflächen-Vorbereitung bei Träger: grob reinigen, ebnen, reinigen, aufrauen, reinigen, anreißen, feinreinigen und entfetten, evtl. beizen spülen und trocken
- b. Löten Anschluss: Lötunkte reinigen (s. Abb.41), Flußmittel auftragen (s. Abb.42), Kabel zur Buchse nach Halbbrücke löten (s. Abb.43), Anschluss zusammenbauen (s. Abb.43)
- c. Vorbereiten der DMS: Reinigung, über die Rückseite des DMS ein Klebband kleben (s. Abb.44), Festkleben, Schnellklebstoff Z70 verwenden, Klebeband vorsichtig abziehen (s. Abb.45-47)

4.2.4 Kalibrierung mit Biegestab

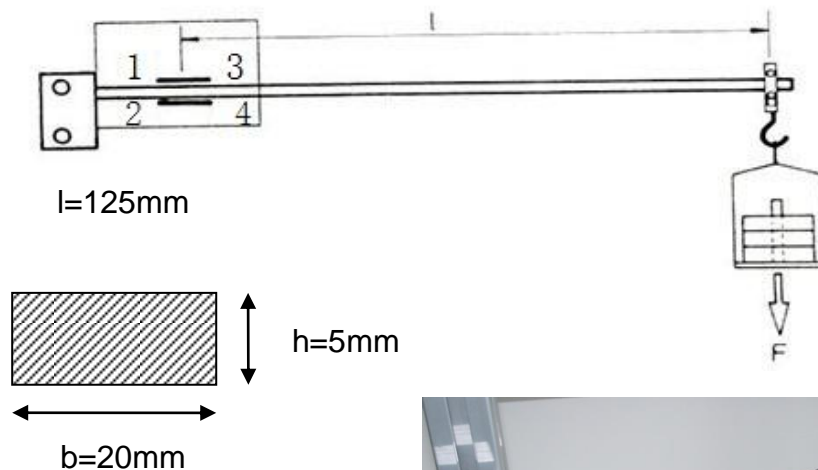
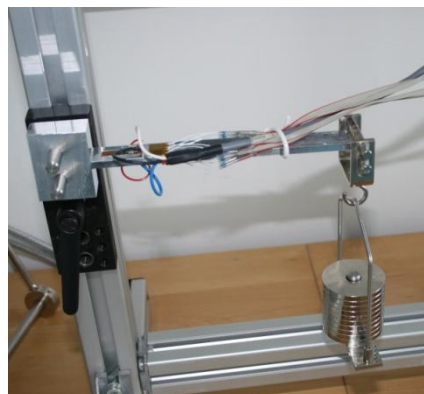
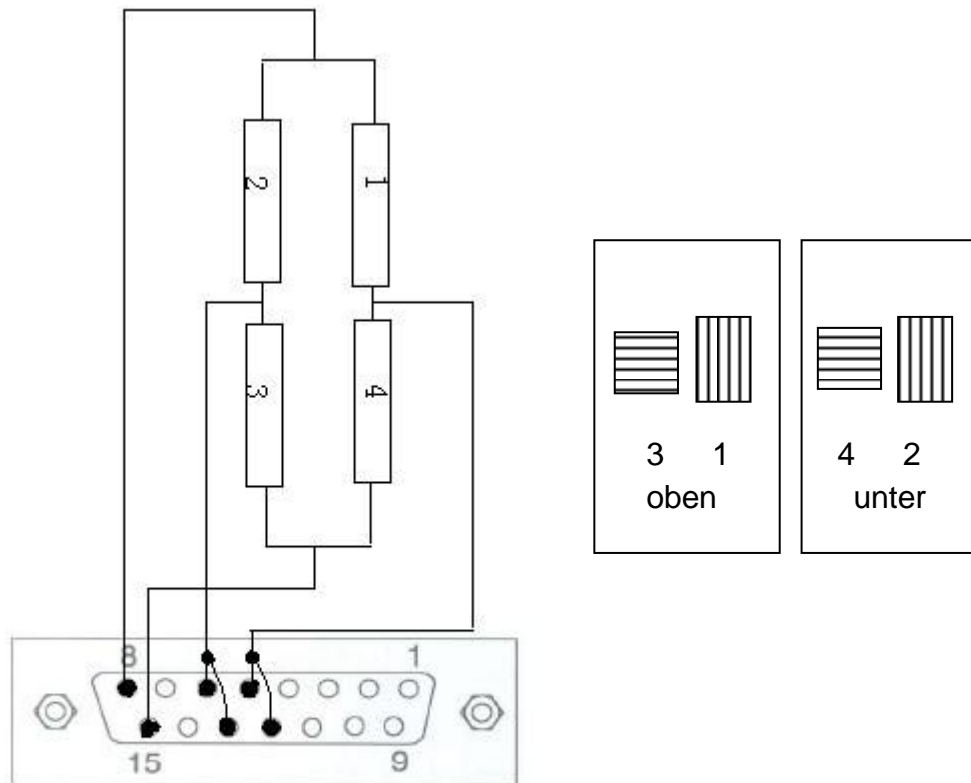


Abb. 48 Biegestab





15polige Buchse

Abb. 49 Schaltungsplan und Position der DMS

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{M}{W} = \frac{\frac{Fl}{bh^2/6}}{E} = \frac{6Fl}{Ebh^2}$$

Nr.	F in N	Messwert in $\mu\text{m/m}$	$\varepsilon=M/(1+\mu)$	$F \cdot M/(1+\mu)$	$M^2/(1+\mu)^2$	M_b in N*mm	Dehnung nach Theorie in $\mu\text{m/m}$
0	1	28.78	21.6391	21.63909	468.2506	125	22.55544127
1	1.5	43.4	32.63158	48.94736	1064.82	187.5	33.83316191
2	2	57.62	43.32331	86.64661	1876.909	250	45.11088255
3	2.5	71.87	54.03759	135.0939	2920.062	312.5	56.38860319
4	3	86.34	64.91729	194.7518	4214.255	375	67.66632382
5	3.5	100.84	75.81955	265.3684	5748.604	437.5	78.94404446
6	4	115.32	86.70677	346.8270	7518.063	500	90.2217651
7	4.5	129.63	97.46617	438.5977	9499.653	562.5	101.4994857
8	5	143.94	108.2256	541.1278	11712.77	625	112.7772064
9	5.5	158.39	119.0902	654.9962	14182.48	687.5	124.054927
10	6	173.4	130.3759	782.2556	16997.89	750	135.3326476
Σ				3516.251	76203.76		

Tab. 6 Vergleich der Dehnungen des Biegestabs

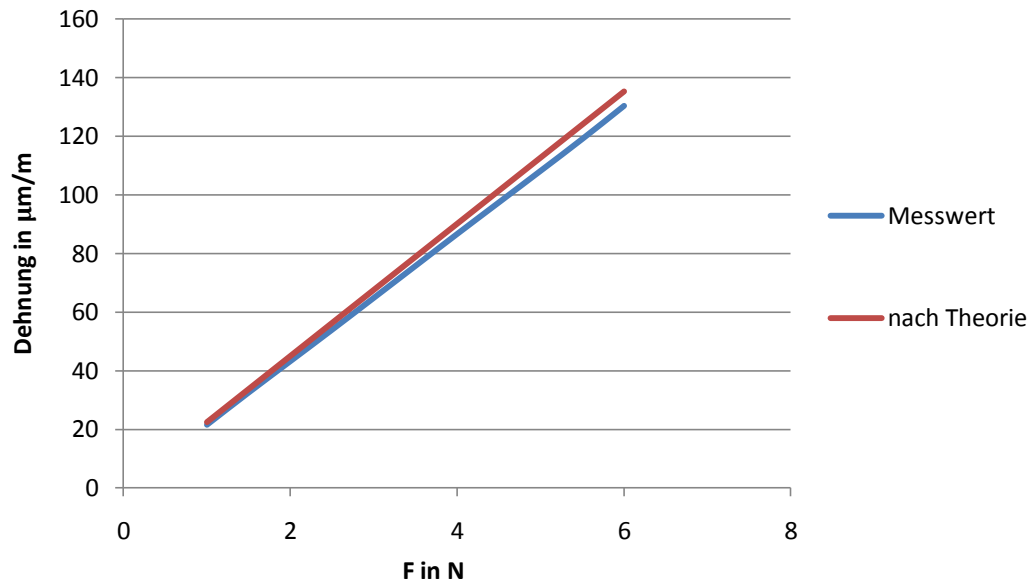


Abb. 50 Verhältnis zwischen Kraft und Dehnung

gesucht $F = C_F \cdot M$

bekannt: direkte Kalibrierfunktion (KF)

$\varepsilon = c_\varepsilon \cdot M$, M in $\mu\text{m/m}$, ε in ‰

c_ε ... Kalibrierfaktor

weiterhin bekannt: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

$\sigma = E \cdot c_\varepsilon \cdot M = c_\sigma \cdot M$

$M_b W = F \cdot c_\varepsilon \cdot M = c_\sigma \cdot M$, $M_b = W \cdot E \cdot c_\varepsilon \cdot M = c_\sigma \cdot W \cdot M = c_{Mb} \cdot M$

optimale gerade: Regression, Fehlerausgleichsordnung (Gars)

$f = C_F \cdot M - F^*$

$\sum C_F \cdot M^2 - \sum F^* \cdot M = 0$

$$C_F = \frac{F \cdot M}{M^2}$$

$$C_F = \sum F \cdot M / \sum M^2 = 3516.2519 / 76203.76 = 0.046142761 \frac{\text{N}}{\mu\text{m/m}}$$

$$W = 79.17 \text{ mm}^3$$

$$C_\varepsilon = C_F \cdot l / WE = 10.41 \cdot 10^{-7}$$

4.3 Meßvorgang

4.3.1 Verbindung der Geräte

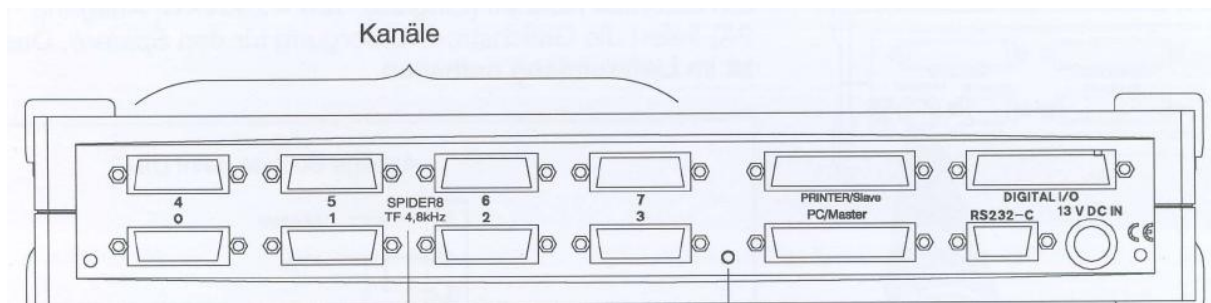


Abb. 51 Anschlußmöglichkeiten von "Spider 8"

Kanäle Nummer	Sensoren
0	Wägezelle C2
1	DMS 0
2	DMS 1
3	DMS 2
4	DMS 3 / DMS 4

Tab. 7 Kanäle Verbindungen

4.3.2 Einstellung des Meßprojekts mit Software „Catman“

- Starten Software ‚Catman‘, Neues Meßprojekt (s. Abb.23)
- Auswahl des Sensors: Kanal0- Kraftaufnehmer_ C2_C2 10kN (s. Abb.24)
Kanal 1 bis 4- DMS Brücken(Dehung), Halbbrücke
- DMS Einstellung: k-Faktor=2.06, Brückenfaktor= $(1+\mu)=1.33$,
Speisespannung=5V

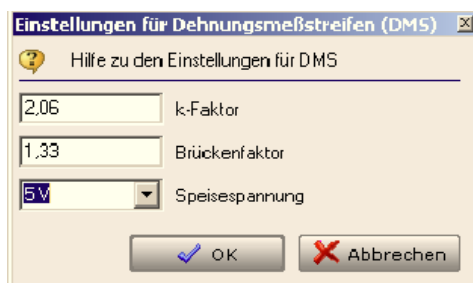


Abb. 52 Einstellungen für DMS

- Meßjobs einrichten
Allgemein: Messung startet ab 0.5 kN und endet sich bis 9 kN (s. Abb.25)
Kanalaktivierung: Kraft CH0 aktiv (s. Abb.26)
- Meßwert Nullstellen
- Panel: Echtzeitgraphik, Digitalanzeige des Kraftsensors,DMS_0,1,2,3(4)
(s. Abb.53)

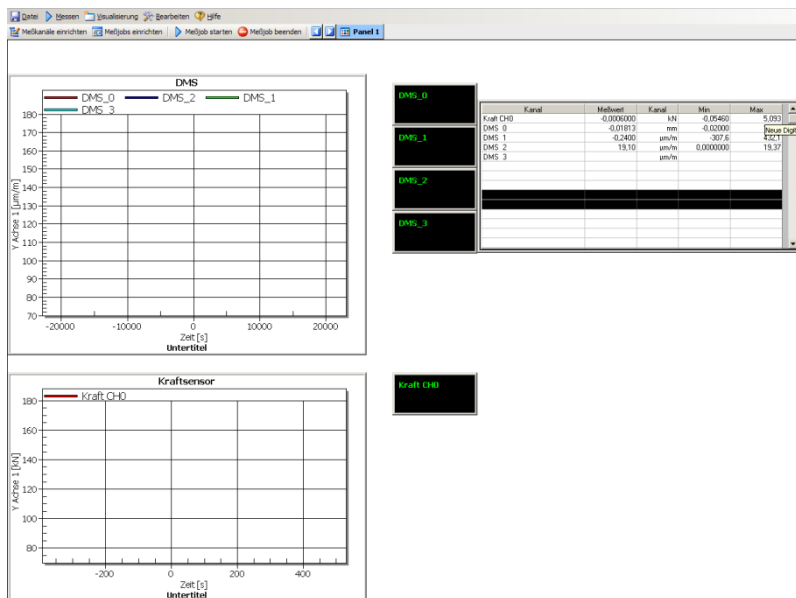
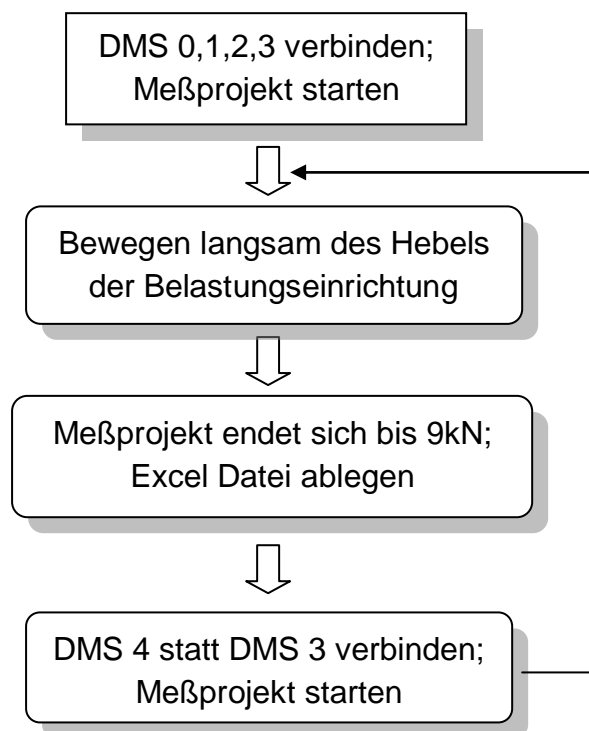


Abb. 53 Einstellung für Panel

4.3.3 Durchführung des Meßprojekts

Weil das vorhandene Gerät „Spider 8“ nur 5 Schnittstellen für 15 polige Buchsen hat, kann man nicht einmal alle 5 DMS und Kraftaufnehmer auf einmal messen. Damit werden DMS 0,1,2,3 zuerst gemessen, dann wird DMS 4 statt DMS 3 zu Kanal 4 angeschlossen und das Meßprojekt nochmal durchgeführt.



4.3.4 Datenauswertung

Die Dehnungen, die nahe bei einer Kraft fast von 1kN, 2kN, 3kN...8kN, werden aus der Excel-Datei ausgesucht. Dann stellt man folgende Tabelle zusammen.

Kraft	DMS_0	DMS_1	DMS_2	DMS_3	DMS_4
kN	$\mu\text{m/m}$	$\mu\text{m/m}$	$\mu\text{m/m}$	$\mu\text{m/m}$	$\mu\text{m/m}$
0.9972	129.8196943	-110.022629	33.8126869	-130.520475	247.200524
2.028	262.7929034	-220.570844	66.2238117	-262.968099	492.999487
3.0096	389.2838876	-326.563981	97.4085695	-395.065331	733.542591
4.002	517.7020197	-433.608291	129.294108	-525.410612	974.611281
5.0028	637.360388	-530.491274	156.62457	-656.982259	1218.83349
6.0144	779.4437515	-651.025619	194.641944	-790.305858	1464.98284
7.026	910.4898127	-759.821881	226.877873	-923.103872	1710.60661
8.0106	1039.959116	-867.391777	258.938607	-1055.02591	1955.00401
9.0024	1169.42842	-973.9105	290.123365	-1186.59756	2197.82465

Tab. 8 Dehnungen der DMS

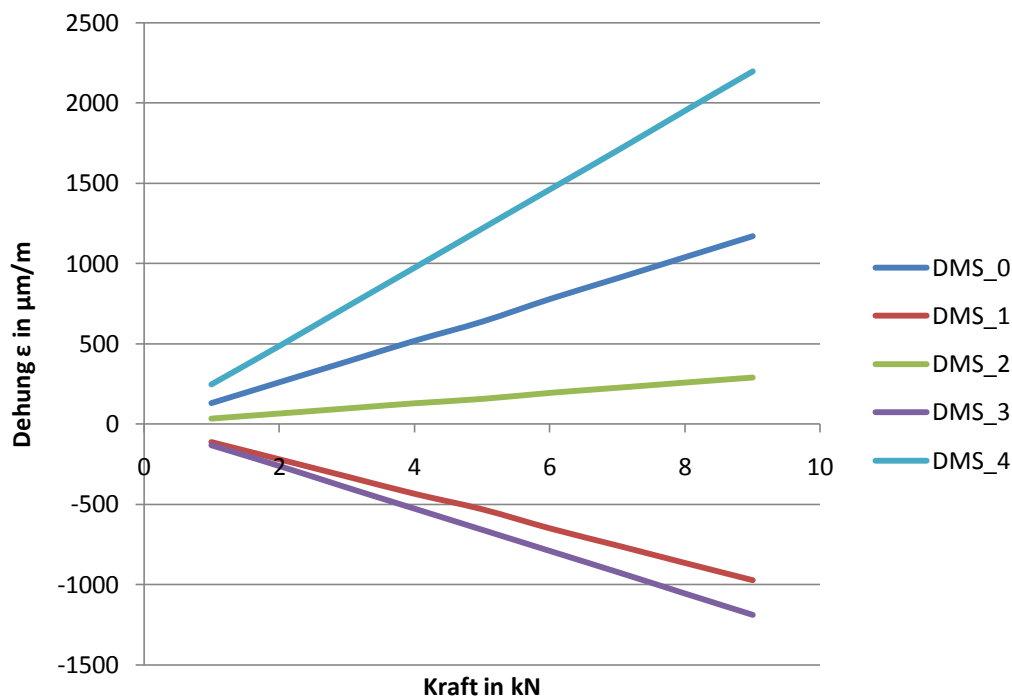
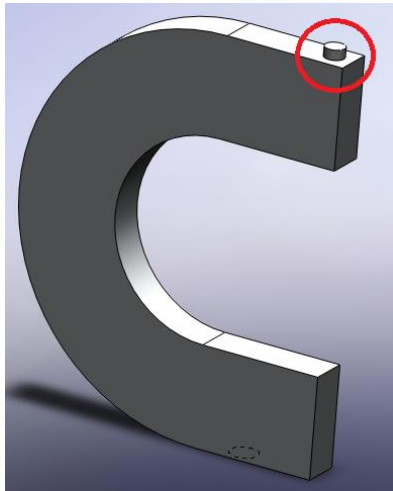


Abb. 54 Abbildung der Dehnungen der DMS

5. Spannungsanalyse mit Solidworks

5.1 3D-Modell Bearbeitung



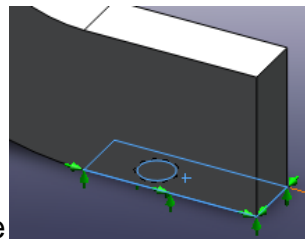
Ein kleiner Aufsatz, entsprechend den Kraftaufnehmers wird hinzugefügt.

Abb. 55 Träger mit Belastungsaufsatz

5.2 Einstellung der Solidworks SimulationXpress

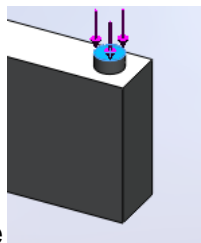
a. Einstellen Material: 2024-T4 (ähnlich wie AlCuMgSi)

b. Bestimmen Einschränkungsoberfläche



c. Bestimmen Belastungsoberfläche

Einstellen Belastungsgröße



5.3 Simulation und Auswertung

- Einstellen die Belastungsgröße auf 1kN, 2kN, 3kN...8kN
- Durchführen die SimulationXpress, aufweisen die Spannungsgröße, z.B. bei 8kN Belastung (s.Abb.55). Ablesen die Spannungen σ auf der Position der DMS (s. Abb.40) aus die Simulationsbild

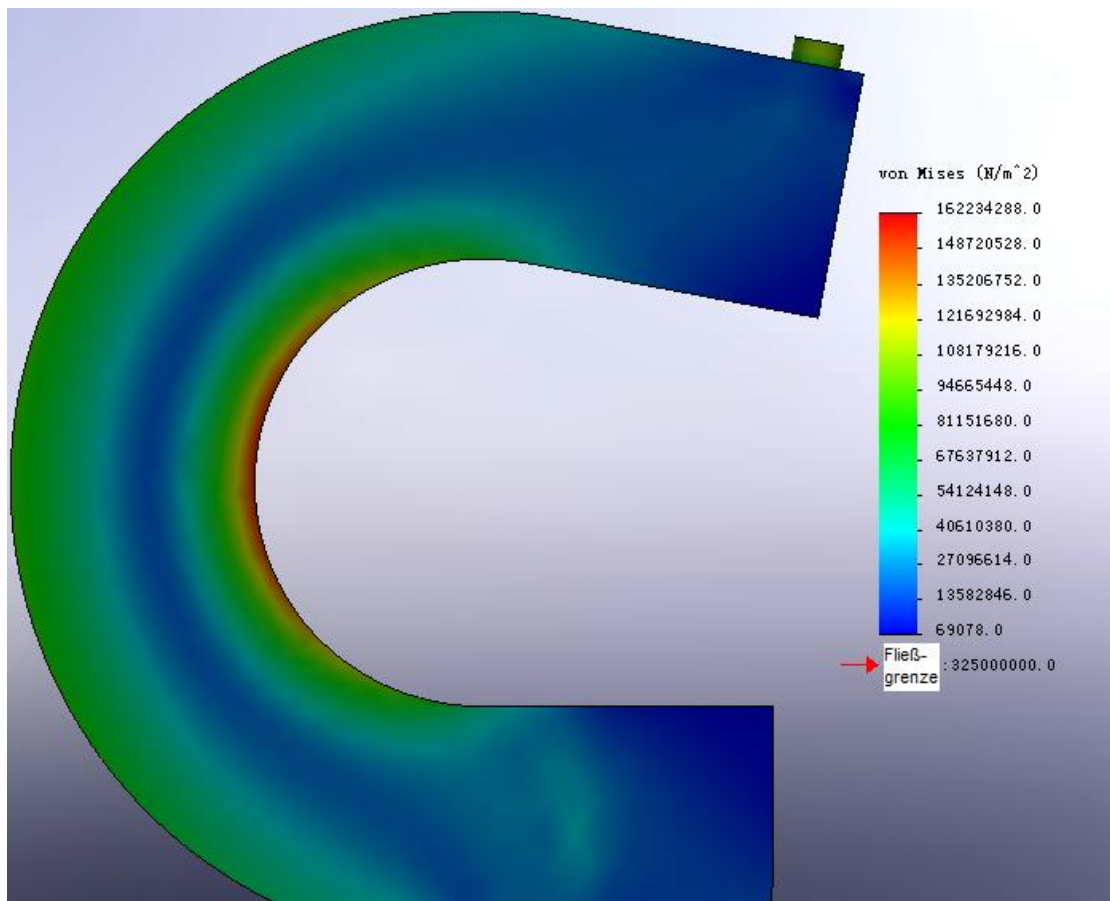


Abb. 56 Simulationsbild bei 8kN

Position	0	1	2	3	4
Belastung in kN	Spannung σ in N/m ²				
1	10143960	8454739	8630	13522402	20279286
2	20287920	16909478	17269	27044804	40558572
3	30431880	25364218	25904	40567204	60837856
4	40575840	33818956	34539	54089608	81117144
5	50719800	42273696	43173	67612008	101396424
6	60863760	50728436	51808	81134408	121675712
7	71007728	59183180	60443	94656816	141955008
8	81151680	67637912	69078	108179216	162434288

Tab. 9 Spannung der Trägers

6. Vergleich theoretischer und experimenteller Untersuchungen

6.1 Berechnung der Dehnungen

a. Ausrechnen die Dehnungen mit Tab.5

$$\frac{1}{100} \text{ Ordnung} = 9.49 \mu\text{m/m}$$

Position	0	1	2	3	4
Belastung in kN	Dehnungen ε in $\mu\text{m/m}$				
0	0	0	0	0	0
1	208.87	151.90	28.48	208.87	341.78
2	398.75	265.83	94.94	436.72	683.57
3	512.67	398.75	161.40	683.57	873.45
4	740.53	588.63	189.88	892.43	1272.19
5	873.45	740.53	246.84	1082.31	1670.94
6	1025.35	873.45	322.80	1386.12	1784.87
7	1253.20	1025.35	360.77	1576.00	2278.55
8	1367.13	1158.26	379.76	1803.86	2658.31

Tab. 10 Dehnungen nach Isochromatenordnung

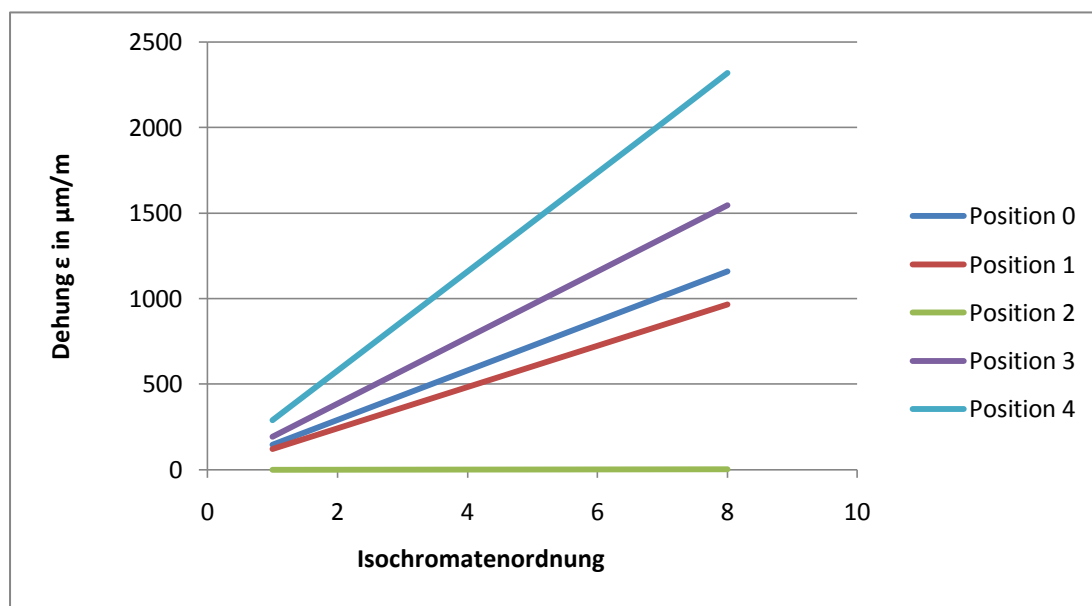


Abb. 57 Abbildung der Dehnungen nach Isochromatenordnung

b. Ausrechnen die Dehnungen mit Tab.9

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ in } \mu\text{m/m}$$

$$E = 70000 \text{ N/mm}^2$$

Position	0	1	2	3	4
Belastung in kN	Dehnungen ε in $\mu\text{m}/\text{m}$				
1	144.91	120.78	0.12	193.18	289.70
2	289.83	241.56	0.25	386.35	579.41
3	434.74	362.35	0.37	579.53	869.11
4	579.65	483.13	0.49	772.71	1158.82
5	724.57	603.91	0.62	965.89	1448.52
6	869.48	724.69	0.74	1159.06	1738.22
7	1014.40	845.47	0.86	1352.24	2027.93
8	1159.31	966.26	0.99	1545.42	2320.49

Tab. 11 Dehnungen nach SolidWorks (FEM)

Entsprechend Abb.57 hom gezeigt werden, dass es sich bei der angewendeter Berechnung von SolidWorks am eine lineare FEM-Analyse handelt.

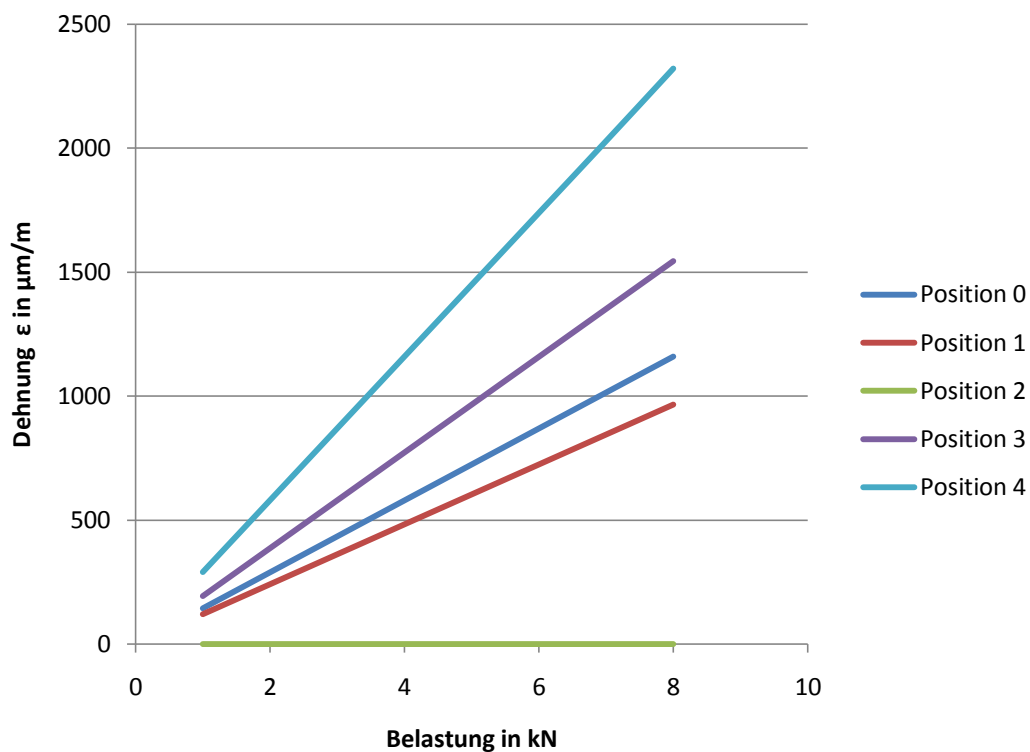


Abb. 58 Abbildung der Dehnungen nach SolidWorks (FEM)

6.2 Ermittlung σ/F

$$\sigma = \varepsilon \cdot E$$

$$\frac{\sigma}{F} = \frac{\varepsilon \cdot E}{F}$$

$$\frac{\sigma}{F} = \frac{1}{A} + \frac{L}{rA} + \frac{L}{r \cdot kA} \cdot \frac{y}{r+y} \quad \text{für gekrümmter Träger (s. 2.1.3)}$$

y in mm	Position	σ/F nach Experiment mit DMS	σ/F nach Theorie	σ/F nach Solidworks	σ/F nach Experiment mit Spannungs optik
25	0	0.009059	0.013157	0.010144	0.012772
19	1	0.007582	0.011148	0.008454	0.010061
-2	2	0.002269	0.001517	0.001697	0.003319
-19	3	0.009183	0.011570	0.013522	0.015542
-25	4	0.017088	0.018313	0.020279	0.022594

Abb. 59 Ermittlung σ/F

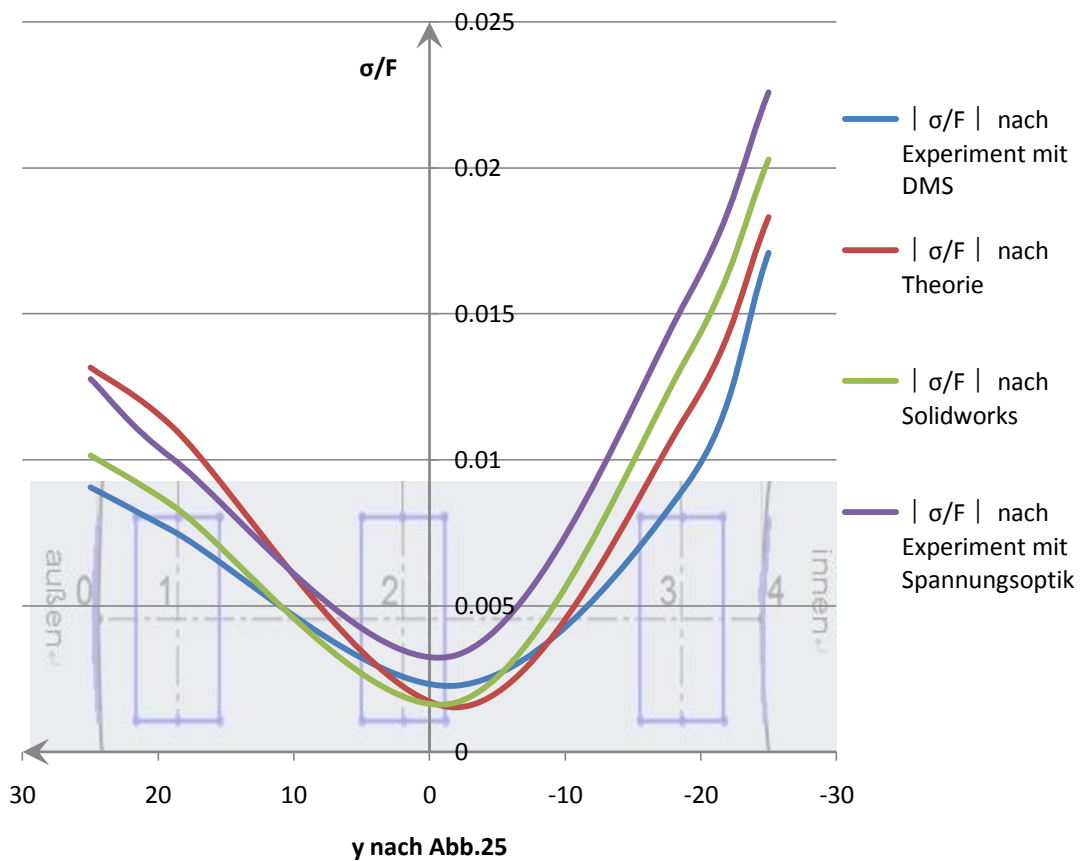


Abb. 60 Abbildung σ/F

7. Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Offen gebliebene, nicht bearbeitete Probleme

- Bei Spannungsanalyse mit Spannungsoptik kann man die Isochromatenordnung nur durch die Photos und Ordnungstabelle (Tab.4) vergleichen und ablesen, damit sind die Ergebnisse ungenau, eventuell sogar falsch.
- Bei Spannungsanalyse mit DMS wird der Versuch von Temperatur stark beeinflusst. Das vorhandene Gerät „Spider 8“ funktioniert nicht ab ca. 30°C aufwärts. Die gebauten Versuchsaufbauten haben keine Komponente der Temperaturkompensation.
- Bei Spannungsanalyse mit Solidworks ist das Problem ähnlich wie mit Spannungsoptik. Es weist die Spannungen der 5 Positionen nicht direkt auf, damit sind die Ergebnisse auch ungenau ablesbar.

7.2 Vorschlag zur Verbesserung

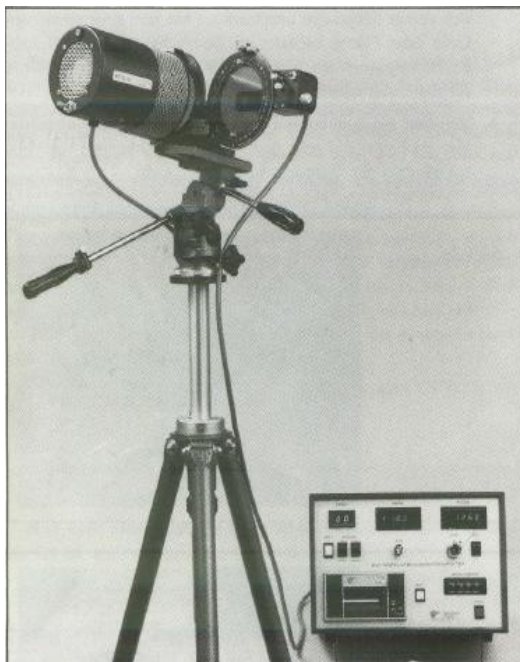


Abb. 61 Modell 632

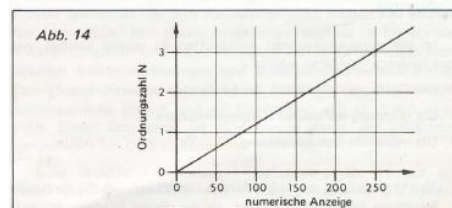
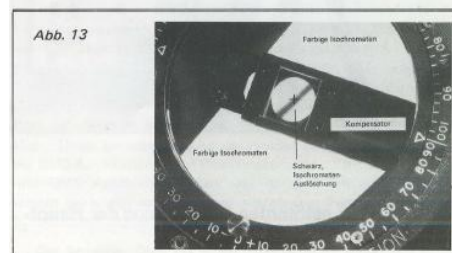
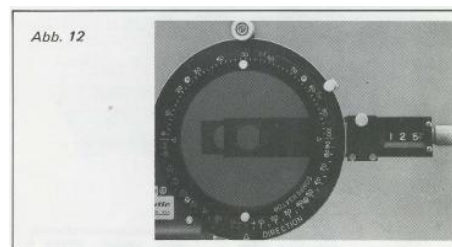


Abb. 62 absolute Kompensation

Ablesen die Isochromatenordnung mit absolute Kompensation – Messung mit der Null-Abgleich-Methode:

Der Kompensator Modell 232, der dieser Messung verwendet wird, kann direkt an das Polariskop adaptiert werden. Das gleichförmige Feld des Kompensators eliminiert Parallaxenfehler und ergibt eine bessere Auflösung

als andere Kompensationsmethoden. Man liest die Zahl ab, die auf der Digitalskala des Kompensators erscheint und geht damit in eine Eichkurve aus der man den Ornungswert ablesen kann (s. Abb.61) . Measurements Group Vishay hat einen neuen Kompensator entwickelt, der eine direkte Ablesung von Dehnung in $\mu\text{m/m}$ sowie von Dehnungsrichtungen in Winkelgraden ermöglicht (s. Abb.60). Es handelt sich um das Modell 632.

Für DMS kann man mit Kompensationsschaltungen oder Kompensations-DMS arbeiten. Oder rechnen die Temperaturdehnung durch die $\varepsilon_s(T)$ Gleichung der DMS aus.

V. Literaturverzeichnis

- [1] **Heymann, Joachim:** Experimentelle Festkörpermechanik / Joachim Heymann; Adolf Lingener. – 1. Aufl. – Leipzig: Fachbuchverl., 1986. -468 S. : mit 373 Bild. u. 20 Tab.
- [2] **Karl Hoffmann:** Eine Einführung in die Technik des Messens mit Dehnungsmeßstreifen. Herausgeber: Hottinger Messtechnik GmbH, Darmstadt 1987
- [3] **K. Hoffmann:** Hinweise zum Applizieren von Dehnungsmeßstreifen
- [4] **Measurements Group, Inc.:** Instructions for Bonding Flat and Contoured Photoelastic Sheets to Test-Part Surfaces, Bulletin IB-223-G, 1982; Reflexionspolariskop Serie 030; Einführung in das Spannungsoptische Oberflächenschichtverfahren
- [5] **D. Muhs/ H. Wittel/ D. Jannasch/ J. Voßiek:** Roloff/ Matek Maschinenelemente Tabellen
- [6] **Hans-Joachim Krämer:** Maschinenelemente Vorlesungsmaterial, Mittweida Hochschule WS 07/08

VI. Anlagenverzeichnis

Zeichnungen.....	Teil A
Excel Datei.....	Teil B
Versuchsanleitung.....	Teil C

VII. Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig, ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die in den beigefügten Verzeichnissen angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

[Ort], den [Datum]

[Unterschrift]

Anlagen Teil A

Zeichnungen

Anlagen Teil B

Excel Datei

Anlagen Teil C

Versuchsanleitung

